www.facebook.com/tanbir.ebooks

৮ম শ্রেণীর সৃজনশীল গণিতের সম্পূর্ণ সমাধান

অটোমেটিক স্ক্রলের মাধ্যমে ই-বুক পড়ার জন্যঃ

আপনার আপনার ই-বুক বা pdf রিডারের Menu Bar এর View অপশনটি তে ক্লিক করে Auto/Automatically Scroll অপশনটি সিলেক্ট করুন (সরাসরি যেতে Ctrl + Shift + H) এবার Up Arrow বা Down Arrow তে ক্লিক করে আপনার পড়ার সুবিধা অনুসারে স্ক্রল স্পীড ঠিক করে নিন।

সূচিপত্রের জন্য .pdf রিডারের বামপাশের স্লাইড বারের বুকমার্ক মেনু ওপেন করুন

মোবাইল .pdf রিডারের Bookmarks /Content of Book মেনু ওপেন করুন

সূচিপত্রের কোন অধ্যায়ে সরাসরি যাওয়ার জন্য এর নামের উপর ক্লিক করুন

প্রশ্ন সম্পর্কিত ধারণা

অধ্যায় প্রথম প্যাটার্ন

অধ্যায় দ্বিতীয়

২.১ মুনাফা

২.২ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা

অধ্যায় তৃতীয় পরিমাপ

অধ্যায় চতুর্থ

৪.১ বীজগণিতীয় সুত্রবলি ও প্রয়োগ

৪.২ ঘনফলের সুত্রাবলি

৪.৩ উৎপাদকে বিশ্লেষণ

৪.৪ বীজগণিতীয় রাশির গসগু ও লসাগু

অধ্যায় পঞ্চম

৫.১ বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের লগিষ্টকরণ যোগ ও বিয়োগ

৫.২ ভগ্নাংশের গুন ও ভাগ

অধ্যায় ষষ্ঠ

৬.১ সরল সহসমীকরন

৬.২ বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সহসমীকরণ

অধ্যায় সপ্তম সেট

অধ্যায় অষ্টম

৮.১ চতুর্ভুজ

৮.২ চতুর্ভুজ অঙ্কন

অধ্যায় নবম পিথাগোরাসের উপপাদ্য

অধ্যায় দশম

১০.১ বৃত্ত

১০.২ বৃত্তের উপপাদ্য

tanbircox.blogspot.com

প্রশ্ন সম্পর্কিত ধারণা

গণিত

সময়ঃ ৩ ঘন্টা পূর্ণমানঃ ১০০

সৃজনশীল প্রশ্নের জন ৬০ নম্বর
বহুনির্বাচনি প্রশ্নের জন্য ৪০ নম্বর বরাদ্ধ রয়েছে।

সৃজনশীল প্রশ্নঃ প্রতিটি সৃজনশীল প্রশ্নের নম্বর ১০

- ৯টি সৃজনশীল প্রশ্ন থেকে ৬টি প্রশ্নের উত্তর প্রদান করতে হবে।
- পাটিগণিত অংশ থেকে ২টি পাটিগণিত অংশ থেকে ১টি
- বীজগণিত অংশ থেকে ৩টি বীজগণিত অংশ থেকে ২টি
- জ্যামিতি অংশ থেকে ৩টি জ্যামিতি অংশ থেকে ২টি
- পরিসংখ্যান অংশ থেকে ১টি পরিসংখ্যান অংশ থেকে ১ টি

মোট ৬টি প্রশ্নের উত্তর প্রদান করতে হবে। ১০ × ৬ = ৬০

tanbircox.blogspot.com

বহুনির্বাচনি প্রশ্নঃ প্রতিটি বহুনির্বাচনি প্রশ্নের নম্বর ১

পাটিগণিত অংশ থেকে ১০- ১২টি,
বীজগণিত অংশ থেকে ১০- ১৫টি,
জ্যামিতি অংশ থেকে ১০- ১৫টি এবং
পরিসংখ্যান অংশ থেকে ২- ৪টি করে

মোট ৪০টি প্রশ্ন থাকবে।
৪০টি বহুনির্বাচনি প্রশ্ন থেকে ৪০টি প্রশ্নেরই উত্তর প্রদান করতে হবে। ৪০×১ = ৪০

গণিত বিষয়ে

সৃজনশীল ও বহুনির্বাচনি প্রশ্ন সম্পর্কিত ধারণা

সৃজনশীল পদ্ধতিতে অন্যান্য বিষয়ে প্রতিটি সৃজনশীল প্রশ্নে উদ্দীপকের অধীনে চারটি দক্ষতা স্তরের প্রশ্ন(জ্ঞান, অনুধাবন, প্রয়োগ ও উচ্চতর দক্ষতা) থাকলেও গণিত বিষয়ে তিনটি স্তরের প্রশ্ন থাকবে।

সৃজনশীল প্রশ্ন পদ্ধতিতে গণিত বিষয়ে দু'ধরনের প্রশ্ন থাকবে-

সৃজনশীল প্রশ্ন

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন

সৃজনশীল প্রশ্নঃ সৃজনশীল প্রশ্নের শুরুতেই একটি দৃশ্যকল্প/উদ্দীপক থাকবে। উদ্দীপক/দৃশ্যকল্প হচ্ছে পাঠ্য বিষয়ের আলোকে তৈরি একটি অনুচ্ছেদ, সূত্র, সমীকরণ, সারণি, ডায়াগ্রাম চিত্র- ইত্যাদি। সাধারণত উদ্দীপকটি হবে মৌলিক, বাস্তব জীবনের সাথে সম্পর্কিত। এ উদ্দীপককে কেন্দ্র করে কাঠিন্যের স্তর অনুসারে তিনটি প্রশ্ন করা হবে।

প্রশ্ন তিনটি যথাক্রমে

(ক) সহজ স্তর - ২ নম্বর
(খ) মধ্যম স্তর - ৪ নম্বর
(গ) কঠিন স্তর - ৪ নম্বর

tanbircox.blogspot.com

(ক) সহজ স্তরঃ

এ অংশের প্রশ্নটি সাধারণত সহজ হয়ে থাকে। প্রশ্নে শিক্ষার্থীদের সাধারণ প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই করা হয়। শিক্ষার্থীরা উদ্দীপক বা দৃশ্যকল্পের তথ্যের আলোকে প্রশ্নটির উত্তর করবে। এ প্রশ্নের উত্তরের মান ২ নম্বর। শিক্ষার্থীরা পুরো প্রশ্নটি উত্তর করতে পারলে ২ নম্বর পাবে। উত্তরের শুদ্ধতার ভিত্তিতে ১ নম্বর পাওয়া যেতে পারে।

(খ) মধ্যম স্তরঃ

এ অংশে শিক্ষার্থীদের প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই করা হয়। উদ্দীপক বা উদ্দীপকসহ 'ক' নম্বর প্রশ্ন থেকে প্রাপ্ত তথ্য অনুযায়ী সুত্র প্রয়োগ করে ব্যাখ্যা বিশ্লেষণের মাধ্যমে এ প্রশ্নের উত্তর করতে হয়। এ প্রশ্নের উত্তরের মান ৪ নম্বর। শিক্ষার্থীরা উত্তরের শুদ্ধতার ভিত্তিতে পুরো ৪ নম্বর। শিক্ষার্থীরা উত্তরের শুদ্ধতার ভিতিতে পুরো ৪ বা ৩ বা ২ বা ১ নম্বর পেতে পারে।

(গ) কঠিন স্তরঃ

এ অংশের প্রশ্ন সাধারণত জটিল প্রকৃতির হয়ে থাকে। শিক্ষার্থীদের এ স্তরে প্রদত্ত তথ্যের আলোকে নতুন পরিস্থিতিতে সূত্র প্রয়োগ এবং ব্যাখ্যা বিশ্লেষনের মাধ্যমে উত্তর করতে হবে। এ প্রশ্নের উত্তরের মান ৪ নম্বর। (খ) অংশের মতো এখানেও শিক্ষার্থীরা উত্তরের শুদ্ধতার ভিতিতে পুরো ৪ বা ৩ বা ২ বা ১ নম্বর পেতে পারে।

বহুনির্বাচনি প্রশ্ন সম্পর্কিত ধারণাঃ

গণিত বিষয়ে সৃজনশীল প্রশ্নের মতো বহুনির্বাচনি প্রশ্নও তিনটি স্তরের হয়ে থাকে। প্রয়োগ দক্ষতার স্তর অনুযায়ী এগুলো সহজমান, মধ্যমান বা কঠিনমানের হয়ে থাকে। এ পদ্ধতিতে বহুনির্বাচনি প্রশ্ন প্রাথমিক ভাবে তিনটি ভাগে বিভক্ত থাকে যথা-

(১) সাধারণ বহুনির্বাচনি প্রশ্নঃ

এ ধরনের প্রশ্নের সুচনা প্রশ্নের আকারে অথবা অসম্পূর্ণ বাক্য হিসেবে দেওয়া হয়ে থাকে, যা উদ্দীপক হিসেবে কাজ করে। এর পরে থাকে ৪টি বিকল্প উত্তর, যার মধ্যে একটি মাত্র সঠিক উত্তর।

(২) বহুপদী সমাপ্তিসূচক প্রশ্নঃ

এ ধরনের প্রশ্ন স্মৃতিনির্ভর নয় এবং এর সূচনাতে ৩টি তথ্য দেওয়া হয়। এ ৩টি তথ্য সম্পর্কিত ৪টি উত্তর থেকে শিক্ষার্থীকে একটি বাছাই করতে হয়। এ চারটি উত্তরের মধ্যে কোনোটিতে উল্লেখিত তিনটি তথ্যের একটি, দুটি কিংবা তিনটি তথ্যি উল্লেখ থাকে।

(৩) অভিন্ন তথ্যভিত্তিক প্রশ্নঃ

এ ধরনের বহুনির্বাচনি প্রশ্নে সরবরাহ করা একই তথ্য/উদ্দীপক থেকে কয়েকটি প্রশ্ন করা যায়। প্রশ্নগুলো পরস্পরের সাথে সম্পর্কিত হবে। প্রশ্নটির কাঠামো সাধারণ বহুনির্বাচনি অথবা বহুপদী সমাপ্তি সূচক প্রকৃতির হতে পারে। উদ্দীপকের সহায়তা ছাড়া অভিন্ন তথ্যভিত্তিক প্রশ্নের উত্তর করা যায় না।

প্রশ্নের হারঃ

গণিতের সৃজনশীল প্রশ্নের মতো বহুনির্বাচনি প্রশ্নও হবে প্রয়োগ দক্ষতা যাচাই উপযোগী। প্রশ্নসমূহের মাধ্যমে প্রয়োগ দক্ষতার কাঠিন্য স্তর(সহজ, মধ্যম ও কঠিন) যাচাই করা হবে। প্রশ্নসমূহের মধ্যে সহজ স্তরের ৩০% মধ্যম স্তরের ৫০% এবং কঠিন স্তরের ২০% প্রশ্ন হবে।

প্রথম অধ্যায় ১ প্যাটার্ন

প্যাটার্ন : গণিত প্যাটার্ন বলতে বোঝায় নিদিষ্ট পন্থায় কোনো কিছু সাজানো, পরিবর্ধিত বা বিন্যাস করা। প্যাটার্ন যেকোনো গাণিতিক বিশ্লেষণকে সহজতর ও সহজবোধ্য করে তোলে। শিশুর লাল-নীল আলাদা করা, ৫ এর গুণিতকের শেষের সংখ্যাটি ০ বা ৫ হওয়া ইত্যাদি হচ্ছে প্যাটার্ন।

মৌলিক সংখ্যা : ১ থেকে বড় সেই সব সংখ্যা যার ১ এবং সেই সংখ্যাটি ছাড়া অন্য কোন গুণনীয়ক নেই তাদেরকে মৌলিক সংখ্যা বলে। যেমন : ২, ৩, ৫, ৭ ইত্যাদি। ২ হচ্ছে সবচেয়ে ছোট এবং একমাত্র জোড় মৌলিক সংখ্যা।

স্বাভাবিক সংখ্যা : ১ থেকে শুরু করে যে কোন ধনাত্বক পূর্ণসংখ্যাকে স্বাভাবিক সংখ্যা বলে। যেমন : ১, ২, ৩, ৪ . . . . . .

ক্রমিক সংখ্যা : যেকোনো সংখ্যার সাথে ১ যোগ করে তার পরবর্তী ক্রমিক সংখ্যা পাওয়া যায়। যেমন : ৫, ৬ ও ৭ ক্রমিক সংখ্যা।

ম্যাজিক বর্গ : ম্যাজিক বর্গ এমন একটি ছক যার পাশাপাশি ও উপর নিচের ঘর সংখ্যা সমান এবং প্রাপ্ত সংখ্যাগুলোকে উপর-নিচ, পাশাপাশি ও কর্ণ অনুযায়ী যোগ করলে প্রতিক্ষেত্রে যোগফল একই হবে।

তালিকার নিদিষ্ট সংখ্যা নির্ণয় :

উদাহরণ ১। তালিকার পরবর্তী দুইটি সংখ্যা নির্ণয় কর : ৩, ১০, ১৭, ২৪, ৩১, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো	৩,	১০,	১৭,	২৪,	৩১,	...
পার্থক্য		৭	৭	৭	৭	

লক্ষ করি, প্রতিবার পার্থক্য ৭ করে বাড়ছে। অতএব দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে ৩১ + ৭ = ৩৮ ও ৩৮ + ৭ = ৪৫।

উদাহরণ ২। তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি নির্ণয় কর : ১, ৪, ৯, ১৬, ২৫, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো	১,	৪,	৯,	১৬,	২৫,	...
পার্থক্য		৩	৫	৭	৯	

লক্ষ করি, প্রতিবার পার্থক্য ২ করে বাড়ছে। অতএব, পরবর্তী সংখ্যা হবে ২৫+১১ = ৩৬।

উদাহরণ ৩। তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি নির্ণয় কর : ১, ৫, ৬, ১১, ১৭, ২৮, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১, ৫, ৬, ১১, ১৭, ২৮, ...

যোগফল ৬ ১১ ১৭ ২৮ ৪৫ .....

তালিকার সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্নে লেখা হয়েছে। পরপর দুইটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যাটির সমান। সংখ্যাগুলোর পার্থক্য লক্ষ করে দেখতে পাই যে, প্রথম পার্থক্য বাদে বাকি পার্থক্যগুলো মূল তালিকার সাথে মিলে যায়। এর অর্থ এই যে, কোনো দুইটি ক্রমিক সংখ্যার পার্থক্য পূর্ববর্তী সংখ্যার সমান। অতএব, পরবর্তী সংখ্যা হবে ১৭+২৮=৪৫।

অনুশীলনী ১

১। প্রতিটি তালিকার পরবর্তী চারটি সংখ্যা নির্ণয় কর :

(ক) ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ...
(খ) ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ...
(গ) ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ...
(ঘ) ৭, ১৭, ২১, ২৮, ৩৫, ...
(ঙ) ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ...
(চ) ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ...

(ক) ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ...

পার্থক্য ২ ২ ২ ২

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ২।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

৯ + ২ = ১১
১১ + ২ = ১৩
১৩ + ২ = ১৫
১৫ + ২ = ১৭

(খ) ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৪, ৮, ১২, ১৬, ২০, ...

পার্থক্য ৪ ৪ ৪ ৪

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৪।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

২০ + ৪ = ২৪
২৪ + ৪ = ২৮
২৮ + ৪ = ৩২
৩২ + ৪ = ৩৬

tanbircox.blogspot.com

(গ) ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৫, ১০, ১৫, ২০, ২৫, ...

পার্থক্য ৫ ৫ ৫ ৫

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৫।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

২৫ + ৫ = ৩০

৩০ + ৫ = ৩৫

৩৫ + ৫ = ৪০

৪০ + ৫ = ৪৫

(ঘ) ৭, ১৭, ২১, ২৮, ৩৫, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৭, ১৭, ২১, ২৮, ৩৫, ...

পার্থক্য ৭ ৭ ৭ ৭

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৭।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

৩৫ + ৭ = ৪২

৪২ + ৭ = ৪৯

৪৯ + ৭ = ৫৬

৫৬ + ৭ = ৬৩

(ঙ) ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৮, ১৬, ২৪, ৩২, ৪০, ...

পার্থক্য ৮ ৮ ৮ ৮

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৮।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

৪০ + ৮ = ৪৮

৪৮ + ৮ = ৫৬

৫৬ + ৮ = ৬৪

৬৪ + ৮ = ৭২

tanbircox.blogspot.com

(চ) ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৬, ১২, ১৮, ২৪, ৩০, ...

পার্থক্য ৬ ৬ ৬ ৬

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৬।

অতএব, পরবর্তী চারটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

৩০ + ৬ = ৩

৩৬ + ৬ = ৪২

৪২ + ৬ = ৪৮

৪৮ + ৬ = ৫৪

২। প্রতিটি তালিকার পাশাপাশি দুইটি পদের পার্থক্য বের কর এবং পরবর্তী দুইটি সংখ্যা নির্ণয় কর :

(ক) ৭, ১২, ১৭, ২২, ২৭, ...

(খ) ৬, ১৭, ২৮, ৩৯, ৫০, ...

(গ) ২৪, ২০, ১৬, ১২, ৮, ...

(ঘ) ১১, ৮, ৫, ২, – ১, ...

(ঙ) – ৫, – ৮, – ১১, – ১৪, ...

(চ) ১৪, ৯, ৪, – ১, –৬, ...

(ক) ৭, ১২, ১৭, ২২, ২৭, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৭, ১২, ১৭, ২২, ২৭, ...

পার্থক্য ৫ ৫ ৫ ৫

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ৫।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

২৭ + ৫ = ৩২

এবং ৩২ + ৫ = ৩৭ ।

(খ) ৬, ১৭, ২৮, ৩৯, ৫০, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ৬, ১৭, ২৮, ৩৯, ৫০, ...

পার্থক্য ১১ ১১ ১১ ১১

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য ১১।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

৫০ + ১১ = ৬১

এবং ৬১ + ১১ = ৭২।

tanbircox.blogspot.com

(গ) ২৪, ২০, ১৬, ১২, ৮, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ২৪, ২০, ১৬, ১২, ৮, ...

পার্থক্য -৪ -৪ -৪ -৪

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য -৪।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$৮ - ৪ = ৪$

এবং $৪ - ৪ = ০$।

(ঘ) ১১, ৮, ৫, ২, -১, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১১, ৮, ৫, ২, -১, ...

পার্থক্য -৩ -৩ -৩ -৩

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য -৩।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$-১ - ৩ = -৪$

এবং $-৪ - ৩ = -৭$।

(ঙ) -৫, -৮, -১১, -১৪, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো -৫, -৮, -১১, -১৪, ...

পার্থক্য -৩ -৩ -৩

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য -৩।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$-১৪ - ৩ = -১৭$

এবং $-১৭ - ৩ = -২০$।

(চ) ১৪, ৯, ৪, -১, -৬, ...

সমাধান :

তালিকার সংখ্যাগুলো ১৪, ৯, ৪, -১, -৬, ...

পার্থক্য -৫ -৫ -৫ -৫

লক্ষকরি, প্রতিবার পার্থক্য -৫।

অতএব, পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে যথাক্রমে -

$-৬ - ৫ = -১১$

এবং $-১১ - ৫ = -১৬$।

tanbircox.blogspot.com

৩। তালিকার পরবর্তী দুইটি সংখ্যা নির্ণয় কর :

(ক) ২, ২, ৪, ৮, ১৪, ২২, ... (খ) ০, ৩, ৮, ১৫, ২৪, ...

(গ) ১, ৪, ১০, ২২, ৪৬, ... (ঘ) ৪, – ১, – ১১, – ২৬, – ৪৬, ...

(ক) ২, ২, ৪, ৮, ১৪, ২২, ...

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ২, ২, ৪, ৮, ১৪, ২২, ...

সংখ্যাগুলোর ব্যবধান ০ ২ ৪ ৬ ৮

∴ প্রতিবার পার্থক্য ২ এর গুণিতক হারে বাড়ছে।

এ অনুযায়ী পরবর্তী পার্থক্য হবে, (৮+২) = ১০

ও (১০+২) = ১২

∴ পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে ২২ + ১০ = ৩২

এবং ৩২ + ১২ = ৪৪

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি ৩২, ৪৪।

(খ) ০, ৩, ৮, ১৫, ২৪, ...

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ০, ৩, ৮, ১৫, ২৪, ...

পার্থক্য ৩ ৫ ৭ ৯

তালিকার সংখ্যার পার্থক্যগুলোর পার্থক্য ২ করে বাড়ছে।

∴ পরবর্তী দুইটি সংখ্যা হবে ২৪ + ১১ = ৩৫

এবং ৩৫ + ১৩ = ৪৮

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি ৩৫, ৪৮।

(গ) ১, ৪, ১০, ২২, ৪৬, ...

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ১, ৪, ১০, ২২, ৪৬, ...

পার্থক্য ৩ ৬ ১২ ২৪

প্রতিবার পার্থক্য এর পূর্বের পার্থক্যের দ্বিগুণ হচ্ছে

পরবর্তী সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে ৪৬ + ৪৮ = ৯৪

এবং ৯৪ + ৯৬ = ১৯০

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি ৯৪ ও ১৯০।

tanbircox.blogspot.com

(ঘ) ৪, – ১, – ১১, – ২৬, – ৪৬, ...

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ৪, – ১, – ১১, – ২৬, – ৪৬, ...

পার্থক্য – ৫ – ১০ – ১৫ – ২০

প্রতিবার পার্থক্য ৫ এর গুণিতক হারে কমছে।

পরবর্তী সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে – ৪৬ – ২৫ = – ৭১

এবং – ৭১ – ৩০ = – ১০১

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি – ৭১ ও – ১০১।

৪। নিচের সংখ্যা প্যাটার্নগুলোর মধ্যে কোনো মিল রয়েছে কি? প্রতিটি তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

(ক) ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ... (খ) ৪, ৪, ৫, ৬, ৮, ১১, ...

(গ) – ১, – ১, ০, ১, ৩, ৬, ১১, ...

(ক) ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ...

সমাধান :

প্যাটার্নগুলোর মধ্যে মিল হলো প্যাটার্নের সংখ্যাগুলোর ১ম ও ২য়টি একই সংখ্যা।

প্রদত্ত তালিকা ১, ১, ২, ৩, ৫, ৮, ১৩, ...

পার্থক্য ০ ১ ১ ২ ৩ ৫

তালিকা সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্নে লেখা হয়েছে। পরপর দুইটি সংখ্যার যোগফল পরবর্তী সংখ্যাটির সমান। সংখ্যাগুলোর পার্থক্য লক্ষ করে দেখতে পাই যে, প্রথম পার্থক্য বাদে বাকি পার্থক্যগুলো মূল তালিকারা সাথে মিলে যায়। এর অর্থ এই যে, কোনো দুইটি ক্রমিক সংখ্যার পার্থক্য পূর্ববর্তী সংখ্যার সমান।

∴ **পরবর্তী সংখ্যা হচ্ছে ১৩ + ৮ = ২১**

(খ) ৪, ৪, ৫, ৬, ৮, ১১, ...

সমাধান :

প্যাটার্নগুলোর মধ্যে মিল হলো প্যাটার্নের সংখ্যাগুলোর ১ম ও ২য়টি একই সংখ্যা।

প্রদত্ত তালিকা ৪, ৪, ৫, ৬, ৮, ১১, ...

পার্থক্য ০ ১ ১ ২ ৩

লক্ষ করি,

পার্থক্য ২ পাওয়া যায় এর পূর্ববতী দুইটি পার্থক্য যোগ করে (১ + ১)

" ৩ " " " " " " " (১ + ২)

এ অনুযায়ী তালিকার পরবর্তী পার্থক্য হবে (২ + ৩)

= ৫

সুতারাং, পরবর্তী সংখ্যাটি হচ্ছে ১১ + ৫

= ১৬

(গ) – ১, – ১, ০, ১, ৩, ৬, ১১, ...

সমাধান :

প্যাটার্নগুলোর মধ্যে মিল হলো প্যাটার্নের সংখ্যাগুলোর ১ম ও ২য়টি একই সংখ্যা।

প্রদত্ত তালিকা – ১, – ১, ০, ১, ৩, ৬, ১১, ...

পার্থক্য ০ ১ ১ ২ ৩ ৫

লক্ষ করি,

পার্থক্য ২ পাওয়া যায় এর পূর্ববর্তী দুইটি পার্থক্য যোগ করে (১ + ১)

" ৩ " " " " " " " (১ + ২)

" ৫ " " " " " " " (২ + ৩)

এ অনুযায়ী তালিকার পরবর্তী পার্থক্য হবে (৩ + ৫)

= ৮

সুতারাং, পরবর্তী সংখ্যাটি হচ্ছে ১১ + ৮

= ১৯

৫। কোনো এক কম্পিউটার প্রোগ্রাম থেকে নিচের সংখ্যাগুলো পাওয়া গেল :

১ ২ ৪ ৮ ১১ ১৬ ২২

এ সংখ্যাগুলোর একটি সংখ্যা পরিবর্তন করা হলে সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্ন তৈরি করে। সংখ্যাটি চিহ্নিত করে উপযুক্ত সংখ্যা বসাও।

সমাধান :

প্রদত্ত তালিকা ১, ২, ৪, ৮, ১১, ১৬, ২২

পার্থক্য ১ ২ ৪ ৩ ৫ ৬

তালিকার সংখ্যাগুলোর পার্থক্য হতে দেখা যায়, ৩য় ও ৪র্থ পার্থক্যটি সঠিক নয়। ফলে তালিকাটি কোন প্যাটার্ন তৈরি করে নি, যদি সংখ্যাগুলোর পার্থক্যে ৪ এর পরিবর্তে ৩ ও ৩ এর পরিবর্তে ৪ হয়। তবে সংখ্যাগুলো একটি প্যাটার্ন তৈরি করে। তখন চতুর্থ সংখ্যা ৮ এর পরিবর্তে হবে (৪ + ৩) = ৭

∴ তালিকাটি ১ ২ ৪ ৭ ১১ ১৬ ২২

পার্থক্য ১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬

সুতারাং, উপযুক্ত সংখ্যা ৭।

৬। বীজগণিতীয় রাশির সাহায্যে সংখ্যা প্যাটার্নের সারণিটি পূরণ কর :

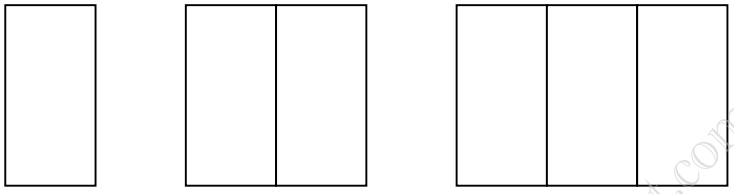
ক্রমিক নং	রাশি	পদ								
		১ম	২য়	৩য়	৪র্থ	৫ম		১০		১০০তম
১	২ক –১	১	৩	৫	৭	৯		১৯		
২	৩ক +২	৫	৮	১১	১৪					
৩	৪ক +১	৫								
৪	$ক^২$ +১	২	৫							১০০০১

সমাধান :

নিচের বীজগণিতীয় রাশির সাহায্যে সংখ্যা প্যাটার্নের সারণিটি পূরণ করা হলো :

ক্রমিক নং	রাশি	পদ								
		১ম	২য়	৩য়	৪র্থ	৫ম		১০		১০০তম
১	২ক –১	১	৩	৫	৭	৯		১৯		১৯৯
২	৩ক +২	৫	৮	১১	১৪	১৭		৩২		৩০২
৩	৪ক +১	৫	৯	১৩	১৭	২১		৪১		৪০১
৪	$ক^২$ +১	২	৫	১০	১৭	২৬		১০১		১০০০১

৭। নিচের জ্যামিতিক চিত্রগুলো কাঠি দিয়ে তৈরি করা হয়েছে।



(ক) কাঠির সংখ্যার তালিকা কত।

(খ) তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি কীভাবে বের করবে তা ব্যাখ্যা কর।

(গ) কাঠি দিয়ে পরবর্তী চিত্রটি তৈরি কর এবং তোমার উত্তর যাচাই কর।

সমাধান :

(ক) কাঠির সংখ্যার তালিকা : ৪, ৭, ১০

(খ) তালিকার পরবর্তী সংখ্যা :

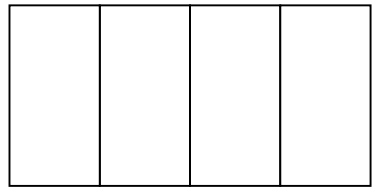
প্রদত্ত তালিকা ৪, ৭, ১০

পার্থক্য ৩ ৩

প্রতিক্ষেত্রে পার্থক্য ৩।

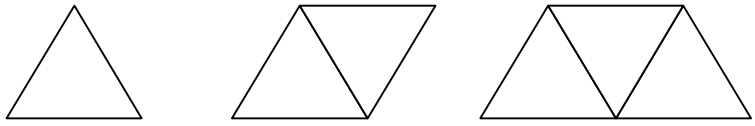
সুতারাং তালিকার পরবর্তী সংখ্যা হবে ১০ + ৩ = ১৩

(গ) পরবর্তী চিত্রটি হল :



কাঠি দিয়ে তৈরি প্রদত্ত জ্যামিতিক প্যাটার্ন থেকে দেখা যায় যে, প্রতিক্ষেত্রে একটি করে আয়তাকৃতি কলাম যোগ হচ্ছে। এটি এমনভাবে পূর্ববর্তী জ্যামিতিক চিত্রের সাথে যুক্ত হচ্ছে যাতে পূর্ববর্তী চিত্রের ডানদিকের কাঠিটি নতুন করে যুক্ত হওয়ায় চিত্রের বামদিকের কাঠি হিসেবে কাজ করে। অর্থাৎ প্রতিক্ষেত্রে আয়তাকৃতি কলাম বা জ্যামিতিক চিত্র তৈরিতে ৪টি কাঠির পরিবর্তে ৩টি কাঠি ব্যহৃত হচ্ছে। সুতারাং প্রতিক্ষেত্রে ৩টি কাঠি যুক্ত করে পরবর্তী চিত্রটি তৈরি করা হয় বলে তৈরিকৃত জ্যামিতিক চিত্রটি যথার্থ।

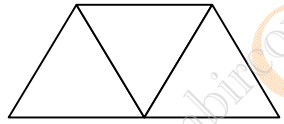
৮। দিয়াশলাইয়ের কাঠি দিয়ে নিচের ত্রিভুজগুলোর প্যাটার্ন তৈরি করা হয়েছে।



(ক) চতুর্থ প্যাটার্নে দিয়াশলাইয়ের কাঠির সংখ্যা বের কর।
(খ) তালিকার পরবর্তী সংখ্যাটি কীভাবে বের করবে তা ব্যাখ্যা কর।
(গ) শততম প্যাটার্ন তৈরিতে কতগুলো দিয়াশলাইয়ের কাঠির প্রয়োজন?

সমাধান :

(ক) চতুর্থ প্যাটার্নটি হলো :



চিত্র থেকে দেখা যায়, চতুর্থ প্যাটার্নে কাঠি সংখ্যা ৯টি।

(খ) প্রদত্ত তালিকার সংখ্যা : ৩, ৫, ৭
পার্থক্য ২ ২

সুতারাং পরবর্তী সংখ্যাটি হবে ৭ + ২ = ৯

(গ) প্রদত্ত প্যাটার্নে দিয়াশলাইয়ের সংখ্যা ৩, ৫, ৭
প্রতিক্ষেত্রে পার্থক্য ২ ২
∴ উক্ত প্যাটার্নের জন্য বীজগণিতীয় রাশিমালা = ২ক + ১
এখানে, 'ক' হচ্ছে প্যাটার্ন সংখ্যা।

∴ ১০০তম প্যাটার্ন তৈরিতে দিয়াশলাইয়ের কাঠির সংখ্যা
= ২ × ১০০ + ১
= ২০১ টি

সুতারাং, শততম প্যাটার্ন তৈরিতে ২০১টি দিয়াশলাইয়ের কাঠি প্রয়োজন।

দ্বিতীয় অধ্যায় 2.1 মুনাফা

লাভ- ক্ষতি :

আমরা লিখতে পারি, **লাভ = বিক্রয়মূল্য – ক্রয়মূল্য**

ক্ষতি = ক্রয়মূল্য – বিক্রয়মূল্য

(ক) মুনাফা নির্ণয় :

উদাহরণ ১। একজন দোকানদার প্রতি হালি ডিম ২৫ টাকা দরে ক্রয় করে প্রতি ২ হালি ৫৬ টাকা দরে বিক্রয় করলে তাঁর শতকরা কত লাভ হবে?

সমাধান :

১ হালি ডিমের ক্রয়মূল্য ২৫ টাকা

∴ ২ হালি ” ” ” (২৫ × ২) টাকা

= ৫০ টাকা

যেহেতু ডিমের ক্রয়মূল্য থেকে বিক্রয়মূল্য বেশি, সুতারাং লাভ হবে।

সুতারাং, লাভ = (৫৬ – ৫০) টাকা

= ৬ টাকা

৫০ টাকায় লাভ ৬ টাকা

∴ ১ ” ” $\frac{৬}{৫০}$ ”

∴ ১০০ ” ” $\frac{৬ \times \cancel{১০০}}{\cancel{৫০}_{১}}$ ”

= ১২ টাকা

সুতারাং, লাভ ১২%

উদাহরণ ২। একটি ছাগল ৮% ক্ষতিতে বিক্রয় করা হলো। ছাগলটি আরও ৮০০ টাকা বেশি মূল্যে বিক্রয় করলে ৮% লাভ হতো। ছাগলটির ক্রয়মূল্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

ছাগলটির ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,

৮% ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্যা (১০০ – ৮) টাকা

= ৯২ টাকা

আবার, ৮% লাভে বিক্রয়মূল্য (১০০ + ৮) টাকা

= ১০৮ টাকা

∴ বিক্রয়মূল্য বেশি হয় (১০৮ – ৯২) টাকা

= ১৬ টাকা

tanbircox.blogspot.com

বিক্রয়মূল্য ১৬ টাকা বেশি হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

" " ১ " " " " $\frac{১০০}{১৬}$ "

" " ৮০০ " " " " $\frac{১০০ \times ৮০০}{১৬}$

$= \frac{৫০}{১}$

= ৫০০০ টাকা

সুতারাং, ছাগলটির ক্রয়মূল্য ৫০০০ টাকা।

লক্ষ করি :

মুনাফার হার : ১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফাকে মুনাফার হার বা শতকরা বার্ষিক মুনাফা বলা হয়।

সময়কাল : যে সময়ের জন্য মুনাফা হিসাব করা হয় তা এর সময়কাল।

সরল মুনাফা : প্রতি বছর শুধু প্রারম্ভিক মূলধনের ওপর যে মুনাফা হিসাব করা হয়, একে সরল মুনাফা (Simple Profit) বলে। শুধু মুনাফা বলতে সরল মুনাফা বোঝায়।

এ অধ্যায়ে আমরা নিচের বীজগণিতীয় প্রতীকগুলো ব্যবহার করব।

মূলধন বা আসল = P (Principal) মুনফার হার = r (rate of interest) সময় = n (time) মুনাফা = I (Profit) সবৃদ্ধি মূলধন বা মুনাফা- আসল = A (Total amount)	মুনাফা- আসল = আসল + মুনাফা অর্থাৎ, A = P + I এখান থেকে পাই, P = A – I I = A – P

উদাহরণ ৩। রমিজ সাহেব ব্যাংকে ৫০০০ টাকা জমা রাখলেন এবং ঠিক করলেন যে, আগামী ৬ বছর তিনি ব্যাংক থেকে টাকা উঠাবেন না। ব্যাংকের বার্ষিক মুনাফা ১০% হলে, ৬ বছর পর তিনি মুনাফা কত পাবেন?

সমাধান :

১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ১০ টাকা

১ " ১ " " $\frac{১০}{১০০}$ "

৫০০০ " ১ " " $\frac{১০ \times ৫০০০}{১০০}$ "

৫০০০ " ৬ " " $\frac{১০ \times ৫০০০ \times ৬}{১০০}$ "

= ৩০০০ টাকা

∴ মুনাফা- আসল = আসল + মুনাফা
= (৫০০০ + ৩০০০) টাকা
= ৮০০০ টাকা

সুতারাং, মুনাফা ৩০০০ টাকা এবং মুনাফা- আসল ৮০০০ টাকা।

সূত্র : মুনাফা = আসল × মুনাফার হার × সময়

$I = Prn$

মুনাফা- আসল = আসল + মুনাফা

$A = P + I$

$= P + Prn \qquad [\because I = Prn]$

$= P(1 + rn)$

উদাহরণ ৩। - এর বিকল্প

সমাধান :

আমরা জানি, $I = Prn$

অর্থাৎ, মুনাফা = আসল × মুনাফার হার × সময়

$= ৫০০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ৬$ টাকা

= ৩০০০ টাকা

∴ মুনাফা- আসল = আসল + মুনাফা
= (৫০০০ + ৩০০০) টাকা
= ৮০০০ টাকা

সুতারাং, মুনাফা ৩০০০ টাকা এবং মুনাফা- আসল ৮০০০ টাকা।

(খ) আসল বা মূলধন নির্ণয় :

উদাহরণ ৪। শতকরা বার্ষিক $৮\frac{১}{২}$ টাকা মুনাফায় কত টাকায় ৬ বছরের মুনাফা ২৫৫০ টাকা হবে?

সমাধান :

মুনাফার হার $r = ৮\frac{১}{২}\%$ বা $\frac{১৭}{২}\%$

সময়, $n = ৬$ বছর

আসল, $P = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $P = \frac{I}{rn}$

অর্থাৎ, আসল = $\frac{\text{মুনাফা}}{\text{মুনাফার হার} \times \text{সময়}}$

$\therefore$ আসল = $\frac{২৫৫০}{\frac{১৭}{২ \times ১০০} \times ৬}$ টাকা

$= \frac{২৫৫০ \times ২ \times ১০০}{১৭ \times ৬}$ টাকা

= (৫০ × ১০০) টাকা

= ৫০০০ টাকা

সুতারাং, আসল ৫০০০ টাকা।

(গ) মুনাফার হার নির্ণয় :

উদাহরণ ৫। শতকরা বার্ষিক কত মুনাফায় ৩০০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা ১৫০০ টাকা হবে?

সমাধান :

আমরা জানি, I = Prn

বা, $r = \frac{I}{Pn}$

অর্থাৎ, মুনাফার হার = $\frac{\text{মুনাফা}}{\text{আসল} \times \text{সময়}}$

$= \frac{১৫০০}{৩০০০ \times ৫}$

$= \frac{১৫০০}{৩০০০ \times ৫}$

$= \frac{১}{১০}$

$= \frac{১০ \times ১}{১০০}$

= ১০%

সুতারাং, মুনাফা ১০%

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৬। কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা- আসল ৫৫০০ টাকা হয়। মুনাফা, আসলের অংশ হলে, আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, আসল + মুনাফা = মুনাফা- আসল

$$\text{বা, আসল} + \text{আসলের } \frac{৩}{৮} = ৫৫০০$$

$$\text{বা, } \left(১ + \frac{৩}{৮}\right) \times \text{আসল} = ৫৫০০$$

$$\text{বা, } \frac{১১}{৮} \times \text{আসল} = ৫৫০০$$

$$\text{বা, আসল} = \frac{৫৫০০ \times ৮}{১১} \text{ টাকা}$$

$$= ৪০০০ \text{ টাকা}$$

$\therefore$ মুনাফা = মুনাফা- আসল – আসল

= (৫৫০০ – ৪০০০) টাকা

= ১৫০০ টাকা

আবার,

আমরা জানি, $I = Prn$

$$\text{বা, } r = \frac{I}{Pn}$$

$$\text{অর্থাৎ, মুনাফার হার} = \frac{\text{মুনাফা}}{\text{আসল} \times \text{সময়}}$$

$$= \frac{১৫০০}{৪০০০ \times ৩}$$

$$= \frac{\cancel{১৫০০}^{২৫} \times \cancel{১০০}^{১}}{\cancel{৪০০০}^{৪০} \times \cancel{৩}_{১}}$$

$$= \frac{২৫}{২} \%^{২}$$

$$= ১২\frac{১}{২} \%$$

সুতারাং, আসল ৪০০০ টাকা ও বার্ষিক মুনাফা $১২\frac{১}{২}\%$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৭। বার্ষিক ১২% মুনাফায় কত বছরে ১০,০০০ টাকার মুনাফা ৪৮০০ টাকা হবে?

সমাধান :

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $n = \frac{I}{Pr}$

যেখানে, মুনাফা I = ৪৮০০ টাকা, মূলধন P = ১০০০০ টাকা

মুনাফার হার r = ১২%, সময় n = ?

$$\therefore \quad \text{সময়} = \frac{\text{মুনাফা}}{\text{আসল} \times \text{মনাফার}}$$

$$= \frac{৪৮০০}{১০০০০ \times \frac{৬}{১০০}}$$

$$= \frac{\overset{৪}{\cancel{৪৮}}\cancel{০০} \times \cancel{১০০}^{১}}{\cancel{১০০০০} \times \cancel{১২}^{১}} \text{ বছর}$$

$$= ৪ \text{ বছর}$$

সুতারাং, সময় ৪ বছর।

tanbircox.blogspot.com

অনুশীলনী ২.১

১। একটি পণ্যদ্রব্য বিক্রয় করে পাইকারি বিক্রেতার ২০% এবং খুচরা বিক্রেতার ২০% লাভ হয়। যদি দ্রব্যটির খুচরা বিক্রয়মূল্য ৫৭৬ টাকা হয়, তবে পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান :

২০% লাভে ১০০ টাকার জিনিসের খুচরা মূল্য (১০০+২০) টাকা

= ১২০ টাকা

খুচরা বিক্রেতার বিক্রয় মূল্য ১২০ টাকা হলে খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

$\therefore$ ” ” ” ” ১ ” ” ” ” ” $\frac{১০০}{১২০}$ ”

$\therefore$ ” ” ” ” ৫৭৬ ” ” ” ” ” $\frac{\overset{৫}{\cancel{১০০}} \times \overset{৯৬}{\cancel{৫৭৬}}}{\cancel{১২০}_{৬}}$ ”

= ৪৮০ টাকা

খুচরা বিক্রেতার ক্রয়মূল্য = পাইকারি বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য।

$\therefore$ পাইকারি বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য ৪৮০ টাকা।

২০% লাভে পাইকারি বিক্রেতা ১০০ টাকার জিনিস বিক্রি করে (১০০+২০) টাকা
= ১২০ টাকা

পাইকারি বিক্রেতার বিক্রয়মূল্য ১২০ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ” ” ” ১ ” ” ” $\frac{১০০}{১২০}$ ”

∴ ” ” ” ৪৮০ ” ” ” $\frac{১০০ \times ৪৮০^{৪}}{১২০_{১}}$ ”

= ৪০০ টাকা

সুতারাং, পাইকারি বিক্রেতার ক্রয়মূল্য ৪০০ টাকা।

২। একজন দোকানদার কিছু ডাল ২৩৭৫.০০ টাকায় বিক্রয় করায় তার ৫% ক্ষতি হলো। ঐ ডাল কত টাকায় বিক্রয় করলে তার ৬% লাভ হতো?

সমাধান :

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
৫% ক্ষতিতে বিক্রয় মূল্য (১০০ – ৫) টাকা
= ৯৫ টাকা

বিক্রয়মূল্য ৯৫ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

∴ ” ১ ” ” ” $\frac{১০০}{৯৫}$ ”

∴ ” ২৩৭৫ ” ” ” $\frac{১০০ \times ২৩৭৫^{১২৫}}{৯৫_{১৯}}$ ”

= ২৫০০ টাকা

আবার,
ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে,
৬% লাভে বিক্রয়মূল্য (১০০+৬) টাকা
= ১০৬ টাকা

ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে বিক্রয়মূল্য ১০৬ টাকা

” ১ ” ” ” $\frac{১০৬}{১০০}$ ”

∴ ” ২৫০০ ” ” ” $\frac{১০৬ \times ২৫০০^{২৫}}{১০০_{১}}$ ”

= ২৬৫০ টাকা

সুতারাং, নির্ণেয় বিক্রয়মূল্য ২৬৫০ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

৩। ৩০ টাকায় ১০টি দরে ও ১৫টি দরে সমান সংখ্যক কলা ক্রয় করে সবগুলো কলা ৩০ টাকায় ১২টি দরে বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?

সমাধান :

১০টি কলার ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

∴ ১ ” ” ” $\frac{৩০}{১০}$ ”

= ৩ টাকা

আবার,

১৫টি কলার ক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

∴ ১ ” ” ” $\frac{৩০}{১৫}$ ”

= ২ টাকা

(১+১) বা ২ টি কলার ক্রয়মূল্য (৩+২) টাকা বা ৫ টাকা

আবার,

১২টি কলার বিক্রয়মূল্য ৩০ টাকা

∴ ১ ” ” ” $\frac{৩০}{১২}$ ”

∴ ২ ” ” ” $\frac{৩০ \times ২}{১২}$ ”

= ৫ টাকা

সুতারাং, এক্ষেত্রে সমান সংখ্যক কলার ক্রয়মূল্য এবং বিক্রয়মূল্য সমান। তাই লাভ বা ক্ষতি কিছুই হবে না।

৪। বার্ষিক শতকরা মুনাফার হার ১০.৫ টাকা হলে, ২০০০ টাকার ৫ বছরের মুনাফা কত হবে?

সমাধান :

এখানে, মুনাফার হার, r = ১০.৫০%

আসল, P = ২০০০ টাকা

সময়, n = ৫ বছর

আমরা জানি, P = Prn

অর্থাৎ, মুনাফা = আসল × মুনাফার হার × সময়

$= \frac{২০}{২০০০} \times \frac{১০.৫০}{১০০} \times ৫$ টাকা

= ১০৫০ টাকা

সুতারাং নির্ণেয় মুনাফা ১০৫০ টাকা

tanbircox.blogspot.com

৫। বার্ষিক মুনাফা শতকরা ১০ টাকা থেকে কমে ৮ টাকা হলে, ৩০০০ টাকার ৩ বছরের মুনাফা কত কম হবে?

সমাধান :

মুনাফার হার কমে = (১০ – ৮) টাকা
= ২ টাকা

১০০ টাকায় ১ বছরের মুনাফা কমে ২ টাকা

∴ ১ ” ১ ” ” ” $\frac{২}{১০০}$ ”

∴ ৩০০০ ” ১ ” ” ” $\frac{২\times৩০০০}{১০০}$ ”

∴ ৩০০০ ” ৩ ” ” ” $\frac{২\times৩০০০\times৩}{১০০}$ ”

= ১৮০ টাকা

সুতারাং, মুনাফা কম হবে ১৮০ টাকা।

৬। বার্ষিক শতকরা মুনাফা কত হলে, ১৩০০০ টাকা ৫ বছরে মুনাফা- আসলে ১৮৮৫০ টাকা হবে?

সমাধান :

এখানে, আসল, P = ১৩০০০ টাকা
মুনাফা, I = মুনাফা- আসল – আসল
= (১৮৮৫০ – ১৩০০০) টাকা
= ৫৮৫০ টাকা
সময়, n = ৫ বছর
মুনাফার হার r = ?
আমরা জানি, I = Prn

বা, $r = \frac{I}{Pn}$

অর্থাৎ, মুনাফার হার $= \frac{\text{মুনাফা}}{\text{আসল} \times \text{সময়}}$

$= \frac{৫৮৫০}{১৩০০০ \times ৫}$

$= \frac{৯\cancel{৫৮৫০} \times ১}{\cancel{১৩০০০} \times \cancel{৫}_{১}}$

= ৯%

সুতারাং, মুনাফার হার ৯%।

৭। বার্ষিক শতকরা কত মুনাফায় কোনো আসল ৮ বছরে মুনাফা- আসল দ্বিগুণ হবে?

সমাধান :

মনেকরি, আসল = ১০০ টাকা

প্রশ্নমতে,

৮ বছর পর মুনাফা-আসল = (১০০ × ২) টাকা

= ২০০ টাকা

৮ বছরে মুনাফা হয় (২০০ – ১০০) টাকা

= ১০০ টাকা

এখানে,

আসল, P = ১০০ টাকা

মুনাফা, I = ১০০ টাকা

মুনাফার হার r = ?

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $১০০ = ১০০ \times ৮ \times r$

বা, $r = \frac{১০০}{১০০ \times ৮}$

বা, $r = \frac{১০০}{৮} \times \frac{১}{১০০}$

বা, $r = ১২.৫ \times \frac{১}{১০০}$

$\therefore r = ১২.২৫\%$

সুতারা, মুনাফার হার ১২.২৫%

tanbircox.blogspot.com

টাকা ৪ বছরে মুনাফা- আসলে ১০২০০ টাকা হবে?

সমাধান :

মুনাফা- আসল = ৮৮৪০ টাকা

আসল = ৬৫০০ টাকা

∴ মুনাফা = (৮৮৪০ – ৬৫০০) টাকা

= ২৩৪০ টাকা

৬৫০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা ২৩৪০ টাকা

১ ” ১ ” ” $\frac{২৩৪০}{৬৫০০\times৪}$ ”

∴ ১০০ ” ১ ” ” $\frac{২৩৪০\times১০০}{৬৫০০\times৪}$ ”

∴ ১০০ ” ৪ ” ” $\frac{\cancel{২৩৪০}^{৯}\times\cancel{১০০}\times৪}{\cancel{৬৫০০}_{৬৫}\times\cancel{৪}}$ ”

= ৩৬ টাকা

∴ মুনাফা- আসল = (১০০+৩৬) টাকা

= ১৩৬ টাকা

মুনাফা- আসল ১৩৬ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা

∴ ” ” ১ ” ” ” $\frac{১০০}{১৩৬}$ ”

∴ ” ” ১০২০০ ” ” ” $\frac{\cancel{১০০}^{২৫}\times\cancel{১০২০০}^{৩০০}}{\cancel{১৩৬}_{৩৪}}$ ”

= ৭৫০০ টাকা

সুতারাং, নির্ণেয় আসল ৭৫০০ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

৯। রিয়াজ সাহেব কিছু টাকা ব্যাংকে জমা রেখে ৪ বছর পর ৪৭৬০ টাকা মুনাফা পান। বাংকের বার্ষিক মুনাফার হার ৮.৫০ টাকা হলে, তিনি বাংকে কত টাকা জমা রেখেছিলেন?

সমাধান :

দেওয়া আছে, সময়, $n = ৪$ বছর

মুনাফা, $I = ৪৭৬০$ টাকা

মুনাফার হার, $r = \frac{৮.৫০}{১০০}$

আসল $P = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $৪৭৬০ = P \times ৪ \times \frac{৮.৫০}{১০০}$

বা, $৪৭৬০ = \frac{P \times ৪ \times ৮.৫০}{১০০}$

বা, $P \times ৪ \times ৮.৫০ = ৪৭৬০ \times ১০০$

বা, $P = \frac{৪৭৬০ \times \cancel{১০০}^{২৫}}{\cancel{৪} \times ৮.৫০}$

বা, $P = \frac{\cancel{৪৭৬০}^{১৪০} \times \cancel{২৫}^{১} \times ১০০}{\cancel{৮৫০}_{\cancel{৩৪}}}$

$\therefore \quad P = ১৪০০$ টাকা

সুতারাং, বাংকে জমার পরিমাণ ১৪০০ টাকা।

বিকল্প সমাধান :

১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা ৮.৫০ টাকা

১০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা (৮.৫০×৪) টাকা

$= ৩৪.০০$ টাকা

এখন, ৪ বছরে,

মুনাফা ৩৪ টাকা হলে আসল ১০০ টাকা

" ১ " " " $\frac{১০০}{৩৪}$ "

" ৪৭৬০ " " " $\frac{১০০ \times \cancel{৪৭৬০}^{১৪০}}{\cancel{৩৪}}$ "

$= ১৪০০$ টাকা

সুতারাং, বাংকে জমার পরিমাণ ১৪০০ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

১০। শতকরা বার্ষিক যে হারে কোনো মূলধন ৬ বছরে মুনাফা- মূলধনে দ্বিগুণ হয়, সেই হারে কত টাকা ৪ বছরে মুনাফা- মূলধনে ২০৫০ টাকা হবে?

সমাধান :

মনেকরি, মূলধন = ১০০ টাকা

∴ ৬ বছরের মুনাফা- মূলধন (১০০ × ২) টাকা
= ২০০ টাকা

∴ ৬ বছরের মুনাফা (২০০ – ১০০) টাকা
= ১০০ টাকা

১০০ টাকার ৬ বছরের মুনাফা ১০০ টাকা

১০০ ” ১ ” ” $\frac{১০০}{৬}$ ”

১০০ ” ৪ ” ” $\frac{১০০ \times \cancel{৪}^{২}}{\cancel{৬}_{৩}}$ ”

$= \frac{২০০}{৩}$ টাকা

∴ মুনাফা- মূলধন = $(১০০ + \frac{২০০}{৩})$ টাকা

$= \frac{৩০০+২০০}{৩}$ টাকা

$= \frac{৫০০}{৩}$ টাকা

মুনাফা- মূলধন $\frac{৫০০}{৩}$ টাকা হলে আসল মূলধন ১০০ টাকা

” ” ১ ” ” ” $\frac{১০০ \times ৩}{৫০০}$ ”

” ” ২০৫০ ” ” ” $\frac{\cancel{১০০} \times ৩ \times \overset{৪১০}{\cancel{২০৫০}}}{\cancel{৫০০}_{৫}}$ ”

= ১২৩০ টাকা

সুতারাং, মূলধন ১২৩০ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

১১। বার্ষিক শতকরা ৬ টাকা মুনাফায় ৫০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা যত হয়, মুনাফায় কত টাকার ২ বছর ৬ মাসের মুনাফা তত হবে?

সমাধান :

১ম ক্ষেত্রে, দেওয়া আছে,

মুনাফার হার r = ৬% = $\frac{৬}{১০০}$

সময়, n = ৪ বছর

আসল, P = ৫০০ টাকা

মুনাফা, I = ?

আমরা জানি, I = Prn

$$I = \frac{\cancel{৫০০}^{৫}}{} \times ৪ \times \frac{৬}{\cancel{১০০}_{১}}$$

= ১২০ টাকা

২য় ক্ষেত্রে, দেওয়া আছে,

মুনাফার হার r = ৫% = $\frac{৫}{১০০}$

সময় n = ২ বছর ৬ মাস

= $(২+\frac{৬}{১২})$ বছর

= $(২+\frac{১}{২})$ বছর

= ২.৫ বছর

মুনাফা, I = ১২০ টাকা

আসল, P = ?

আমরা জানি, I = Prn

বা, $১২০ = P \times ২.৫ \times \frac{৫}{১০০}$

বা, $১২০ \times ১০০ = P \times ২.৫ \times ৫$

বা, $P \times ২.৫ \times ৫ = ১২০০০$

বা, $P = \frac{\cancel{১২০০০}^{৯৬০} \times \cancel{১০০}^{১০}}{\cancel{২৫০}^{২৫} \times \cancel{৫}^{১}}$

$\therefore P = ৯৬০$

সুতারাং, আসল ৯৬০ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

১২। বার্ষিক মুনাফা ৮% থেকে বেড়ে ১০% হওয়ায় তিশা মারমার আয় ৪ বছরে ১২৮ টাকা বেড়ে গেল। তাঁর মূলধন কত ছিল?

সমাধান :

মুনাফার হার বাড়ে (১০% − ৮%)
= ২%

অর্থাৎ, ১০০ টাকায় ১ বছরে আয় বাড়ে ২ টাকা
∴ ১০০ ” ৪ ” ” ” (২ × ৪) টাকা
= ৮ টাকা

৮ টাকা আয় বাড়লে তার মূলধন ১০০ টাকা

১ ” ” ” ” ” $\frac{১০০}{৮}$ ”

১২৮ ” ” ” ” ” $\frac{১০০ \times ১২৮^{১৬}}{৮_{১}}$ ”

= ১৬০০ টাকা

সুতারাং, মূলধন ১৬০০ টাকা।

১৩। কোনো আসল ৩ বছরে মুনাফা- আসলে ১৫৭৮ টাকা এবং ৫ বছরে মুনাফা- আসলে ১৮৩০ টাকা হয়। আসল ও মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান :

আসল + ৫ বছরের মুনাফা = ১৮৩০ টাকা
” + ৩ ” ” = ১৫৭৮ টাকা
(−) করে, ২ বছরের মুনাফা ২৫২ টাকা

১ ” ” $\frac{২৫২}{১২৬}$ ”

৩ ” ” $\frac{২৫২ \times ৩}{২}$ ”

= ৩৭৮ টাকা

∴ আসল = মুনাফা · আসল − মুনাফা
= (১৫৭৮ − ৩৭৮) টাকা
= ১২০০ টাকা

১২০০ টাকায় ৩ বছরে মুনাফা ৩৭৮ টাকা

১ ” ১ ” ” $\frac{৩৭৮}{১২০০}$ ”

$\frac{৬৩}{২১}$

১০০ ” ১ ” ” $\frac{\cancel{৩৭৮} \times \frac{১}{\cancel{১০০}}}{\cancel{১২০০} \times ৩}$ ”

$\frac{\cancel{১২}}{২}$

$= \frac{২১}{২}$ টাকা

= ১০.৫ টাকা

∴ মুনাফার হার ১০.৫%

সুতারাং, আসল ১২০০ টাকা এবং মুনাফার হার ১০.৫%।

১৪। বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৩০০০ টাকা এবং ৮% মুনাফায় ২০০০ টাকা বিনিয়োগ করলে মোট মূলধনের ওপর গড়ে শতকরা কত টাকা হারে মুনাফা পাওয়া যাবে?

সমাধান :

১ম ক্ষেত্রে, মুনাফার হার r = ১০% = $\frac{১০}{১০০}$

আসল, P = ৩০০০ টাকা

মুনাফা, I = ?

সময়, n = ১ বছর

আমরা জানি, I = Prn

বা, I = $\cancel{৩০০০}^{৩০} \times ১ \times \frac{১০}{\cancel{১০০}}$

∴ I = ৩০০ টাকা

২য় ক্ষেত্রে, মুনাফার হার, r = ৮% = $\frac{৮}{১০০}$

আসল, P = ২০০০ টাকা

সময়, n = ১ বছর

আমরা জানি, I = Prn

বা, I = $\cancel{২০০০}^{২০} \times ১ \times \frac{৮}{\cancel{১০০}}$

∴ I = ১৬০ টাকা

মোট আসল (৩০০০ + ২০০০) টাকা

= ৫০০০ টাকা

মোট মুনাফা (৩০০ + ১৬০) টাকা

tanbircox.blogspot.com

= ৪৬০ টাকা

৩য় ক্ষেত্রে, আসল, P = ৫০০০ টাকা

মুনাফা, I = ৪৬০ টাকা

সময়, n = ১ বছর

মুনাফার হার, r = কত?

আমরা জানি,

$$I = Prn$$

বা, $৪৬০ = ৫০০০ \times ১ \times r$

বা, $r = \frac{৪৬০}{৫০০০} = \frac{২৩}{২৫০}$

বা, $r = \frac{২৩}{২৫০} \times \frac{১০০}{১০০}$

বা, $r = \frac{৪৬}{৫} \times \frac{১}{১০০}$

মুনাফার হার, r = ৯.২ %

সুতারাং, মুনাফার হার ৯.২%।

tanbircox.blogspot.com

১৫। রড্রিক গোমেজ ৩ বছরের জন্য ১০০০০ টাকা এবং ৪ বছরের জন্য ১৫০০০ টাকা বাংক থেকে ঋণ নিয়ে বাংককে মোট ৯৯০০ টাকা মুনাফা দেন। উভয়ক্ষেত্রে মুনাফার হার সমান হলে, মুনাফার হার নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, মুনাফার হার এক x টাকা

১০০ টাকার ১ বছরের মুনাফা x টাকা

১ ” ১ ” ” $\frac{x}{১০০}$ ”

১০০০০ ” ৩ ” ” $\frac{x \times ১০০০০ \times ৩}{১০০}$ ”

= ৩০০x টাকা

অনুরূপভাবে,

১৫০০০ টাকার ৪ বছরের মুনাফা $\frac{x \times \cancel{১৫০০০} \times ৪}{\cancel{১০০}}$ টাকা

$\overset{১৫০}{}$

$\underset{১}{}$

= ৬০০x টাকা

প্রশ্নমতে, ৩০০x + ৬০০x = ৯৯০০

বা, ৯০০x = ৯৯০০

বা, $x = \frac{৯৯০০}{৯০০}$

∴ x = ১১

সুতারাং, মুনাফার হার ১১%

১৬। একই হার মুনাফায় কোনো আসল ৬ বছরে মুনাফা- আসল দ্বিগুণ হলে, কত বছরে তা মুনাফা- আসলে তিনগুণ হবে?

সমাধান :

মনেকরি, আসল = ১০০ টাকা

প্রথম ক্ষেত্রে,

৬ বছরে মুনাফা- আসল (১০০ × ২) টাকা

= ২০০ টাকা

∴ ৬ বছরে মুনাফা (২০০ – ১০০) টাকা

= ১০০ টাকা

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে,

মুনাফা- আসল (১০০ × ৩) টাকা

= ৩০০ টাকা

∴ মুনাফা (৩০০ – ১০০) টাকা

= ২০০ টাকা

১০০ টাকা মুনাফা হয় ৬ বছরে

১ ” ” ” $\frac{৬}{১০০}$ ”

২০০ ” ” ” $\frac{৬ \times ২০০}{১০০}$ ”

= ১২ বছরে

সুতারাং, সময় ১২ বছর।

www.facebook.com/tanbir.ebooks

১৭। কোনো নির্দিষ্ট সময়ের মুনাফা- আসল ৫৬০০ টাকা এবং মুনাফা, আসলের $\frac{২}{৫}$ অংশ। মুনাফা বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা হলে, সময় নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, সময় n বছর
এবং আসল P টাকা

মুনাফা, $I = P \times \frac{২}{৫}$

মুনাফার হার, $r = ৮\% = \frac{৮}{১০০}$

আমরা জানি, $I = Prn$

বা, $P \times \frac{২}{৫} = P \times n \times \frac{৮}{১০০}$

বা, $\frac{২}{৫} = n \times \frac{৮}{১০০}$

বা, $n \times ৮ \times ৫ = ২ \times ১০০$

বা, $n = \frac{২ \times ১০০^{২৫}}{৮ \times ৫}$

$\therefore \quad n = ৫$ বছর

সুতারাং, সময় ৫ বছর।

tanbircox.blogspot.com

১৮। জামিল সাহেব পেনশনের টাকা পেয়ে ১০ লাখ টাকার তিন মাস অন্তর মুনাফা ভিত্তিক তিন বছর মেয়াদি পেনশন সঞ্চয়পত্র কিনলেন। বার্ষিক মুনাফা ১২% হলে, তিনি ১ম কিস্তিতে, অর্থাৎ প্রথম তিন মাস পর কত মুনাফা পাবেন?

সমাধান :

জামিলে সাহেবের আসল বা পেনশনের পরিমাণ ১০,০০,০০০ টাকা
$\therefore$ আসল, $P = ১০,০০,০০০$ টাকা

মুনাফার হার, $r = ১২\% = \frac{১২}{১০০}$

যেহেতু তিনি তিন মাস পর মুনাফা পাবেন।

অর্থাৎ, সময়, $n = \frac{৩}{১২}$ বছর $= \frac{১}{৪}$ বছর

মুনাফা, $I = ?$

আমরা জানি, $I = Prn$

$= ১০,০০,০০০ \times \frac{১}{৪} \times \frac{৩^{১২}}{১০০}$

$\therefore \quad I = ৩০,০০০$ টাকা

সুতারাং, মুনাফা ৩০,০০০ টাকা।

www.facebook.com/tanbir.cox www.tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

দ্বিতীয় অধ্যায় 2.2 চক্রবৃদ্ধি মুনাফা

সূত্র :

চক্রবৃদ্ধি মূলধন $C = P(1+r)^n$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= P(1+r)^n - P$

উদাহরণ ১। বার্ষিক শতকরা ৮ টাকা মুনাফায় ৬২৫০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় কর

সমাধান :

আমরা জানি, $C = P(1+r)^n$

দেওয়া আছে, প্রারম্ভিক মূলধন P = ৬২৫০০ টাকা

বার্ষিক মুনাফার হার, r = ৮%

এবং সময় n = ৩ বছর

$$\therefore C = ৬২৫০০ \times \left(১ + \frac{\cancel{২}}{\cancel{১০০}_{২৫}}\right)^৩$$

$$= ৬২৫০০ \times \left(\frac{২৭}{২৫}\right)^৩$$

$$= ৬২৫০০ \times (১.০৮)^৩ \text{ টাকা}$$

$$= ৬২৫০০ \times ১.২৫৯৭১২ \text{ টাকা}$$

$$= ৭৮৭৩২ \text{ টাকা}$$

সুতারাং, চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৭৮৭৩২ টাকা

উদাহরণ ২। বার্ষিক ১০.৫০% মুনাফায় ৫০০০ টাকার ২ বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান :

চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয়ের জন্য প্রথমে চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় করি।

আমরা জানি,

চক্রবৃদ্ধি মূলধন $C = P(1+r)^n$

যেখানে মূলধন P = ৫০০০ টাকা

মুনাফার হার r = ১০.৫০% = $\frac{২১}{২০০}$

সময় n = ২ বছর

$$C = P(1+r)^n$$

$$= ৫০০০ \times \left(১ + \frac{২১}{২০০}\right)^২ \text{ টাকা}$$

$$= ৫০০০ \times \left(\frac{২২১}{২০০}\right)^২ \text{ টাকা}$$

tanbircox.blogspot.com

$$= \frac{\cancel{২৫}}{\cancel{৫০০০}} \times \frac{২২১}{\cancel{২০০}} \times \frac{২২১}{\cancel{২০০}_{৮}} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{৪৮৮৪১}{৮} \text{ টাকা}$$

= ৬১০৫.১৩ টাকা (প্রায়)

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = (C – P)

= $P(1 + r)^n$ – P

= ৬১০৫.১৩ – ৫০০০ টাকা

= ১১০৫.১৩ টাকা (প্রায়)

উদাহরণ ৩। একটি ফ্ল্যাট মালিক কল্যান সমিতি আদায়কৃত সার্ভিস চার্জ থেকে উদ্বৃত্ত ২০০০০০ টাকা ব্যাংকে ছয় মাস অন্তর চক্রবৃদ্ধি মুনাফাভিত্তিক স্থায়ী আমনত রাখলেন। মুনাফার হার বার্ষিক ১২ টাকা হলে, ছয় মাস পর ঐ সমিতির হিসাবে কত টাকা মুনাফা জমা হবে? এক বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত হবে?

সমাধান :

দেওয়া আছে, মূলধন P = ২০০০০০ টাকা,

মুনাফার হার r = ১২% = $\frac{১২}{১০০}$

সময়, n = ৬ মাস বা $\frac{১}{২}$ বছর

∴ মুনাফা I = Prn

$$= \cancel{২০০০০০}^{২০০০} \times \frac{১২}{\cancel{১০০}} \times \frac{১}{\cancel{২}}$$

= ১২০০০ টাকা

১ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন = $P(1 + r)^n$

$$= ২০০০০০ \times \left(১ + \frac{১২}{১০০}\right)^{১} \text{ টাকা}$$

$$= ২০০০০০ \times \frac{১১২}{১০০}$$

= ২২৪০০০ টাকা

সুতারাং, ৬ মাস পর মুনাফা হবে ১২০০০ টাকা

১ বছর পর চক্রবৃদ্ধি মূলধন হবে ২২৪০০০ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৪। কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৮০ লক্ষ। ঐ শহরের জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ৩০ হলে, ৩ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান :

শহরটির বর্তমান জনসংখ্যা P = ৮০০০০০০

জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার = $\frac{৩০}{১০০০} \times ১০০\%$

$= ৩\%$

সময়, n = ৩ বছর

এখানে জনসংখ্যা বৃদ্ধির ক্ষেত্রে চক্রবৃদ্ধি মূলধনের সূত্র প্রযোজ্য।

$C = P(1 + r)^n$

$= ৮০০০০০০ \times \left(১ + \frac{৩}{১০০}\right)^৩$

$= ৮০০০০০০ \times \left(\frac{১০৩}{১০০}\right)^৩$

$= ৮০০০০০০ \times \frac{১০৩}{১০০} \times \frac{১০৩}{১০০} \times \frac{১০৩}{১০০}$

$= ৮ \times ১০৩ \times ১০৩ \times ১০৩$

$= ৮৭৪১৮১৬$

সুতারাং, ৩ বছর পর শহরটির জনসংখ্যা হবে ৮৭,৪১,৮১৬

tanbircox.blogspot.com

অনুশীলনী ২.২

১। ১০৫০ টাকার ৮% নিচের কোনটি?

(ক) ৮০ টাকা (খ) ৮২ টাকা (গ) ৮৪ টাকা (ঘ) ৮৬ টাকা

২। বার্ষিক ১০% সরল মুনাফায় ১২০০ টাকার ৪ বছরের সরল মুনাফা কত?

(ক) ১২০ টাকা (খ) ২৪০ টাকা (গ) ৩৬০ টাকা (ঘ) ৪৮০ টাকা

৩। নিচের তথ্যগুলো লক্ষ কর :

i. মুনাফা = মুনাফা- আসল – আসল

ii. মুনাফা = $\frac{\text{আসল} \times \text{মুনাফা} \times \text{সময়}}{২}$

iii. লাভ বা ক্ষতি বিক্রয়মূল্যের ওপর হিসাব করা হয়।

উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪। জামিল সাহেব বার্ষিক ১০% মুনাফায় ব্যাংকে ২০০০ টাকা জমা রাখলেন।

১. ১ম বছরান্তে মুনাফা- আসল কত হবে?

(ক) ২০৫০ টাকা (খ) ২১০০ টাকা (গ) ২২০০ টাকা (ঘ) ২২৫০ টাকা

২. সরল মুনাফায় ২য় বছরান্তে মুনাফা- আসল কত হবে?

(ক) ২৪০০ টাকা (খ) ২৪২০ টাকা (গ) ২৪৪০ টাকা (ঘ) ২৪৫০ টাকা

৩. ১ম বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন কত হবে?

(ক) ২০৫০ টাকা (খ) ২১০০ টাকা (গ) ২১৫০ টাকা (ঘ) ২২০০ টাকা

৫। বার্ষিক ১০% মুনাফায় ৮০০০ টাকার ৩ বছরের চক্রবৃদ্ধি মূলধন নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $C = P(1 + r)^n$

দেওয়া আছে, প্রারম্ভিক মূলধন $P = ৮০০০$ টাকা

বার্ষিক মুনাফার হার, $r = ১০\%$

এবং সময় $n = ৩$ বছর

$$C = ৮০০০ \times \left(১ + \frac{১০}{১০০}\right)^৩$$

$$= ৮০০০ \times \left(\frac{১১০}{১০০}\right)^৩$$

$$= ৮০০০ \times \left(\frac{১১}{১০}\right)^৩$$

$$= ৮০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০}$$

$$= ৮ \times ১১ \times ১১ \times ১১$$

$$= ১০৬৪৮ \text{ টাকা}$$

সুতারাং, চক্রবৃদ্ধি মূলধন ১০৬৪৮ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

৬। বার্ষিক শতকরা ১০ টাকা মুনাফায় ৫০০০ টাকার ৩ বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য কত হবে?

সমাধান :

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে,

মুনাফা = আসল × মুনাফার হার × সময়

$= ৫০০০ \times \frac{১০}{১০০} \times ৩$

= ১৫০০ টাকা

আমরা জানি, চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $C = P(1 + r)^n$

দেওয়া আছে, মূলধন, P = ৫০০০ টাকা

বার্ষিক মুনাফার হার, r = ১০%

এবং সময়, n = ৩ বছর

$\therefore C = ৫০০০ \times \left(১ + \frac{১০}{১০০}\right)^৩$

$= ৫০০০ \times \left(\frac{১১০}{১০০}\right)^৩$

$= ৫০০০ \times \left(\frac{১১}{১০}\right)^৩$

$= ৫০০০ \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০} \times \frac{১১}{১০}$

= ৫ × ১১ × ১১ × ১১

= ৬৬৫৫ টাকা

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = C – P

= (৬৬৫৫ – ৫০০০) টাকা

= ১৬৫৫ টাকা

∴ চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল- মুনাফার পার্থক্য

= (১৬৫৫ – ১৫০০) টাকা

= ১৫৫ টাকা

সুতারাং, সরল মুনাফার ও চক্রবৃদ্ধির মুনাফার পার্থক্য ১৫৫ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

৭। একই হার মুনাফায় কোনো মূলধনের এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৬৫০০ টাকা ও দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মূলধন ৬৭৬০ টাকা হলে, মূলধন কত?

সমাধান :

ধরি, এক বছরান্তে মূলধন C = ৬৫০০ টাকা

দুই বছরান্তে মূলধন C = ৬৭৬০ টাকা

আমরা পাই, $C = P(১+r)^n$ সূত্র হতে

$৬৫০০ = P(১+r)^১$ [যেখানে সময় n = ১ বছর]

বা, $P(১+r) = ৬৫০০$ .....(i)

আবার, $৬৭৬০ = P(১+r)^২$ [যেখানে সময় n = ২ বছর]

বা, $P(১+r)(১+r) = ৬৭৬০$.....(ii)

সমীকরণ (ii)নং কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$১+r = \frac{\cancel{৬৭৬০}^{৩৩৮}}{\cancel{৬৫০০}_{৩২৫}}$$

বা, $১+r = \frac{৩৩৮}{৩২৫}$

বা, $৩২৫ + ৩২৫r = ৩৩৮$

বা, $৩২৫r = ৩৩৮ - ৩২৫$

বা, $r = \frac{১৩}{৩২৫}$

বা, $r = \frac{১}{২৫}$

r- এর মান (i) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$P\left(১ + \frac{১}{২৫}\right) = ৬৫০০$$

বা, $P\left(\frac{২৫+১}{২৫}\right) = ৬৫০০$

বা, $২৬P = ৬৫০০ \times ২৫$

বা, $P = \frac{৬৫০০ \times ২৫}{২৬}$

$\therefore P = ৬২৫০$

সুতারাং, মূলধন ৬২৫০ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

৮। বার্ষিক শতকরা ৮.৫০ টাকা চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ১০০০০ টাকার ২ বছরের সবৃদ্ধিমূলধন ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি,

সবৃদ্ধিমূল $C = P(১ + r)^n$

এখানে, মূলধন, $P = ১০০০০$ টাকা

মুনাফার হার, $r = ৮.৫০\% = \frac{৮.৫০}{১০০}$

সময়, $n = ২$ বছর

$$\therefore C = ১০০০০ \times \left(১ + \frac{৮.৫০}{১০০}\right)^২$$

$$= ১০০০০ \times \left(\frac{১০০+৮.৫}{১০০}\right)^২$$

$$= ১০০০০ \times \left(\frac{১০৮.৫০}{১০০}\right)^২$$

$$= ১০০০০ \times \frac{১০৮.৫০}{১০০} \times \frac{১০৮.৫০}{১০০}$$

$$= ১০৮.৫০ \times ১০৮.৫০$$

$$= ১১৭৭২.২৫ \text{ টাকা}$$

$\therefore$ সবৃদ্ধিমূল = ১১৭৭২.২৫ টাকা

এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = (১১৭৭২.২৫ – ১০০০০) টাকা

= ১৭৭২.২৫ টাকা

সুতারাং, সবৃদ্ধিমূল ১১৭৭২.২৫ টাকা এবং চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ১৭৭২.২৫ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

৯। কোনো শহরের বর্তমান জনসংখ্যা ৬৪ লক্ষ। শহরটির জনসংখ্যা বৃদ্ধির হার প্রতি হাজারে ২৫ জন হলে, ২ বছর পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান :

শহরটির বর্তমান জনসংখ্যা P = ৬৪০০০০০

জনসংখ্যার বৃদ্ধির হার = $\frac{২৫}{১০০০} \times ১০০\%$

$= ২.৫\%$

সময়, n = ২ বছর

আমরা জানি, $C = P(১ + r)^n$

$\therefore C = ৬৪০০০০০ \times \left(১ + \frac{২.৫}{১০০}\right)^২$

$= ৬৪০০০০০ \times \left(\frac{১০২.৫}{১০০}\right)^২$

$= ৬৪০০০০০ \times \frac{১০২.৫}{১০০} \times \frac{১০২.৫}{১০০}$

$= ৬৪০ \times ১০২.৫ \times ১০২.৫$

$= ৬৭২৪০০০$

ঐ শহরের জনসংখ্যা ৬৭২৪০০০ জন।

১০। এক ব্যক্তি একটি ঋণদান সংস্থা থেকে বার্ষিক ৮% চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ৫০০০ টাকা ঋণ নিলেন। প্রতিবছর শেষে তিনি ২০০০ টাকা করে পরিশোধ করেন। ২য় কিস্তি পরিশোধের পর তাঁর আর কত টাকা ঋণ থাকবে?

সমাধান :

সবৃদ্ধিমূল $C = P(১ + r)^n$ হলে ৮% মুনাফায় ১ বছরে সবৃদ্ধিমূল

$C = ৫০০০(১ + \frac{৮}{১০০})^১$

$= ৫০০০(১ + \frac{২}{২৫})$

$= ৫০০০(\frac{২৫+২}{২৫})$

$= \cancel{৫০০০}^{২০০} \times \frac{২৭}{\cancel{২৫}_{১}}$

$= ৫৪০০$ টাকা

tanbircox.blogspot.com

১ বছর পর ২০০০ টাকা ঋণপরিশোধের পর বাকি থাকে
= (৫৪০০ – ২০০০) টাকা
= ৩৪০০ টাকা
আবার,
৩৪০০ টাকায় ১ বছরে সবৃদ্ধিমূল

$$C = ৩৪০০(১ + \frac{৮}{১০০})$$
$$= ৩৪০০(১ + \frac{২}{২৫})$$
$$= ৩৪০০(\frac{২৫+২}{২৫})$$
$$= \frac{১৩৬}{\cancel{৩৪০০}} \times \frac{২৭}{\cancel{২৫}_{১}}$$
= ৩৬৭২ টাকা

∴ ২য় কিস্তিতে ২০০০ টাকা পরিশোধের পর ঋণ বাকি থাকে
= (৩৬৭২ – ২০০০) টাকা
= ১৬৭২ টাকা
সুতারাং, ২য় কিস্তি পরিশোধের পর তার ঋণ থাকবে ১৬৭২ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

তৃতীয় অধ্যায় ৩ পরিমাপ

দৈর্ঘ্য পরিমাপের একক : মিটার
ওজন পরিমাপের একক : গ্রাম
তরল পদার্থের আয়তন পরিমাপের একক : লিটার
১ লিটার বিশুদ্ধ পানির ওজন ১ কিলোগ্রাম

উদাহরণ ১। একজন দৌড়বিদ ৪০০ মিটারবিশিষ্ট গোলাকার ট্রাকে ২৪ চক্কর দৌড়ালে, সে কত দূরত্ব দৌড়াল?

সমাধান :

১ চক্কর দৌড়ালে ৪০০ মিটার হয়।

∴ ২৪ চক্কর দৌড়ালে দূরত্ব হবে (৪০০ × ২৪) মিটার
= ৯৬০০ মিটার
= ৯ কিলোমিটার ৬০০ মিটার

অতএব, দৌড়বিদ ৯ কিলোমিটার ৬০০ মিটার দৌড়াল।

উদাহরণ ২। ১ মেট্রিক টন চাল ৬৪ জন শ্রমিকের মধ্যে সমানভাবে ভাগ করে দিলে প্রত্যেকে কী পরিমাণ চাল পাবে?

সমাধান :

১ মেট্রিক টন = ১০০০ কেজি

৬৪ জন শ্রমিক পায় ১০০০ কেজি চাল

∴ ১ ” ” ” $\frac{১০০০}{৬৪}$ ” ”

= ১৫ কেজি ৬২৫ গ্রাম চাল

সুতারাং, প্রত্যেক শ্রমিক ১৫ কেজি ৬২৫ গ্রাম চাল পাবে।

উদাহরণ ৩। একটি চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৩ মিটার, প্রস্থ ২ মিটার ও উচ্চতা ৪ মিটার। এতে কত লিটার এবং কত কিলোগ্রাম বিশুদ্ধ পানি ধরবে?

সমাধান :

চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ৩ মিটার
প্রস্থ = ২ মিটার
এবং উচ্চতা = ৪ মিটার

∴ চৌবাচ্চাটির আয়তন = (৩ × ২ × ৪) ঘন মিটার
= ২৪ ঘন মিটার
= ২৪০০০০০০ ঘন সে.মি.
= ২৪০০০ লিটার [যেহেতু ১০০০ ঘন সে.মি. = ১ লিটার]

tanbircox.blogspot.com

১ লিটার বিশুদ্ধ পানির ওজন ১ কিলোগ্রাম
∴ ২৪০০০ লিটার বিশুদ্ধ পানির ওজন ২৪০০০ কিলোগ্রাম।
অতএব, চৌবাচ্চাটিতে ২৪০০০ লিটার পানি ধরবে এবং এর ওজন ২৪০০০ কিলোগ্রাম।

ক্ষেত্রফল পরিমাপ

আয়তকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাপ = দৈর্ঘ্যের পরিমাপ ×প্রস্থের পরিমাপ
বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাপ = (বাহুর পরিমাপ)^{২}
ত্রিভুজাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের পরিমাপ = ১/২(ভুমির পরিমাপ × উচ্চতার পরিমাপ)
ক্ষেত্রফলের পরিমাপের একক = বর্গমিটার
আয়কার ঘনবস্তুর আয়তনের পরিমাপ = দৈর্ঘ্যের পরিমাপ × প্রস্থের পরিমাপ × উচ্চতার পরিমাপ

উদাহরণ ৪। ১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সেন্টিমিটার এবং ১ একর = ৪৮৪০ বর্গগজ। ১ একরে কত বর্গমিটার?

সমাধান :

১ ইঞ্চি = ২.৫৪ সে.মি.
∴ ৩৬ ইঞ্চি বা ১ গজ = ২.৫৪ × ৩৬ সে.মি.
= ৯১.৪৪ সে.মি.
$= \frac{৯১.৪৪}{১০০}$ মিটার
= ০.৯১৪৪ মিটার
∴ ১ গজ × ১ গজ = ০.৯১৪৪ মিটার × ০.৯১৪৪ মিটার
১ বর্গ গজ = ০.৮৩৬১২৭৩৬ বর্গমিটার
∴ ৪৮৪০ বর্গ গজ = ০.৮৩৬১২৭৩৬ × ৪৮৪০ বর্গমিটার
= ৪০৪৬.৮৫৬৪২২৪০ বর্গমিটার
= ৪০৪৬.৮৬ বর্গ মিটার (প্রায়)
∴ ১ একর = ৪০৪৬.৮৬ বর্গ মিটার (প্রায়)

উদাহরণ ৫। জাহাঙ্গীরনগর বিশ্ববিদ্যালয় ক্যাম্পাসের এলাকা ৭০০ একর। একে নিকটম পূর্ণসংখ্যক হেক্টরে প্রকাশ কর?

সমাধান :

২.৪৭ একর = ১ হেক্টর
$\therefore$ ১ ” $= \frac{১}{২.৪৭}$ ”
$\therefore$ ৭০০ ” $= \frac{১\times৭০০}{২.৪৭}$ ”
= ২৮৩.৪ হেক্টর
অতএব, নির্ণেয় এলাকা ২৮৩ হেক্টর (প্রায়)

উদাহরণ ৬। একটি আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪০ মিটার এবং প্রস্থ ৩০ মিটার ৩০ সে.মি.। ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = ৪০ মিটার
= (৪০ × ১০০) সে.মি.
= ৪০০০ সে.মি.
এবং প্রস্থ = ৩০ মিটার ৩০ সে.মি.
= (৩০ × ১০০) সে.মি. + ৩০ সে.মি.
= ৩০৩০ সে.মি.
∴ নির্ণেয় ক্ষেত্রফল = (৪০০০ × ৩০৩০) বর্গ সে.মি.
= ১২১২০০০০ বর্গ সে.মি.
= ১২১২ বর্গমিটার
= ১২ এয়র ১২ বর্গমিটার

অতএব, ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১২ এয়র ১২ বর্গমিটার

উদাহরণ ৭। একটি বাক্সের দৈর্ঘ্য ২ মিটার, প্রস্থ ১ মিটার ৫০ সে.মি. এবং উচ্চতা ১ মিটার। বাক্সটির আয়তন কত?

সমাধান :

দৈর্ঘ্য = ২ মিটার
= ২০০ সে.মি.
প্রস্থ = ১ মিটার ৫০ সে.মি
= ১৫০ সে.মি.
এবং উচ্চতা = ১ মিটার
= ১০০ সে.মি.
∴ বাক্সটির আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা
= (২০০ × ১৫০ × ১০০) ঘন সে.মি.
= ৩০০০০০০ ঘন সে.মি.
= ৩ ঘন মিটার

সুতারাং, নির্ণেয় আয়তন ৩ ঘনমিটার।

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৮। একটি চৌবাচ্চায় ৮০০০ লিটার পানি ধরে। চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ১.২৫ মিটার হলে, গভীরতা কত?

সমাধান :

চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল = ২.৫৬ মিটার × ১.২৫ মিটার
= ২৫৬ সে.মি. × ১২৫ সে.মি.
= ৩২০০০ বর্গ সে.মি.

চৌবাচ্চায় ৮০০০ লিটার পানি ধরে
= ৮০০০ × ১০০০ ঘন সে.মি. পানি ধরে। [যেহেতু ১০০০ ঘন সে.মি. = ১ লিটার]

অতএব, চৌবাচ্চাটির আয়তন = ৮০০০০০০ ঘন সে.মি.

চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল × চৌবাচ্চাটির গভীরতা = চৌবাচ্চাটির আয়তন

বা, ৩২০০০ বর্গ সে.মি. × চৌবাচ্চাটির গভীরতা = ৮০০০০০০ ঘন সে.মি.

$$\therefore \quad \text{চৌবাচ্চাটির গভীরতা} = \frac{৮০০০০০০ \text{ ঘন সে.মি.}}{৩২০০০ \text{ বর্গ সে.মি.}}$$

= ২৫০ সে.মি.
= ২.৫ মিটার

উদাহরণ ৯। একটি ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৩ গুণ। প্রতি বর্গমিটারে ৭.৫০ টাকা দরে ঘরটি কার্পেট দিয়ে ঢাকাতে মোট ১১০২.৫০ টাকা ব্যয় হয়। ঘরটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান :

৭.৫ টাকা খরচ হয় ১ বর্গমিটারে

$\therefore$ ১ ” ” ” $\frac{১}{৭.৫}$ ”

$\therefore$ ১১০২.৫০ ” ” ” $\frac{১ \times ১১০২.৫}{৭.৫}$ ”

= ১৪৭ বর্গমিটারে

অর্থাৎ, ঘরের ক্ষেত্রফল ১৪৭ বর্গমিটার।

মনেকরি, ঘরের প্রস্থ = ক মিটার

$\therefore$ ঘরের দৈর্ঘ্য = ৩ক মিটার

$\therefore$ ঘরের ক্ষেত্রফল = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ) বর্গ একক
= (৩ক × ক) বর্গমিটার
= ৩ক^২ বর্গমিটার

শর্তানুসারে,

৩ক^২ = ১৪৭

বা, ক^২ = $\frac{১৪৭}{৩}$

বা, $ক^২ = ৪৯$

$\therefore$ $ক = \sqrt{৪৯}$

$= ৭$

অতএব, প্রস্থ = ৭ মিটার

এবং দৈর্ঘ্য = (৩ × ৭) মিটার

= ২১ মিটার

উদাহরণ ১০। বায়ু পানির তুলনায় ০.০০১২৯ গুণ ভারী। যে ঘরের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা যথাক্রমে ১৬ মিটার, ১২ মিটার ও ৪ মিটার, তাতে কত কিলোগ্রাম বায়ু আছে?

সমাধান :

ঘরের আয়তন = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা

= ১৬ মি. × ১২ মি. × ৪ মি.

= ৭৬৮ ঘনমিটার

= ৭৬৮ × ১০০০০০০ ঘন সে.মি.

= ৭৬৮০০০০০০ ঘন সে.মি.

বায়ু পানির তুলনায় ০.০০১২৯ গুণ ভারী।

$\therefore$ ১ ঘন সে.মি. বায়ুর ওজন = ০.০০১২৯ গ্রাম

অতএব, ঘরটিতে বায়ুর পরিমাণ = ৭৬৮০০০০০০ × ০.০০১২৯ গ্রাম

= ৯৯০৭২০ গ্রাম

= ৯৯০.৭২ কিলোগ্রাম

সুতারাং, ঘরটিতে ৯৯০.৭২ কিলোগ্রাম বায়ু আছে।

উদাহরণ ১১। ২১ মিটার দীর্ঘ এবং ১৫ মিটার প্রস্থ একটি বাগানের বাইরে চারদিকে ২ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটারে ২.৭৫ টাকা দরে পথটিতে ঘাস লাগাতে মোট কত খরচ হবে?

সমাধান :

রাস্তাসহ বাগানের দৈর্ঘ্য = ২১ মিটার + (২+২) মিটার

= ২৫ মিটার

রাস্তাসহ বাগানের প্রস্থ = ১৫ মিটার + (২+২) মিটার

= ১৯ মিটার

রাস্তাসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (২৫ × ১৯) বর্গমিটার

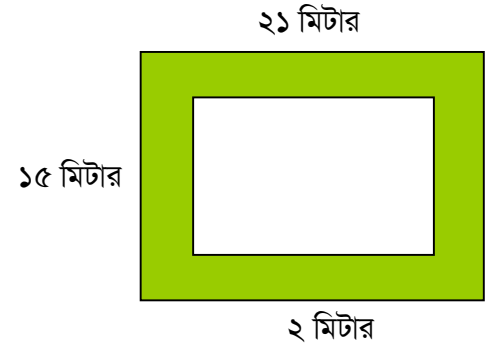
= ৪৭৫ বর্গমিটার

রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (২১ × ১৫) বর্গমিটার

= ৩১৫ বর্গমিটার

$\therefore$ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৪৭৫ – ৩১৫) বর্গমিটার

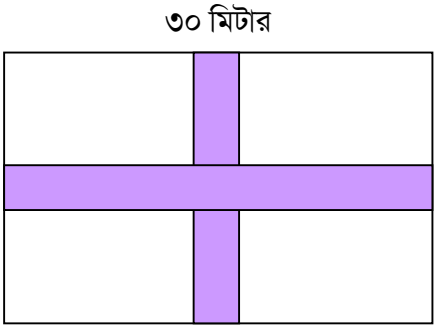
= ১৬০ বর্গমিটার



ঘাস লাগানোর মোট খরচ = (১৬০ × ২.৭৫) টাকা বা ৪৪০.০০ টাকা

অতএব ঘাস লাগানোর মোট খরচ ৪৪০ টাকা।

উদাহরণ ১২। ৪০ মিটার দৈর্ঘ্য এবং ৩০ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি মাঠের ঠিক মাঝে আড়াআড়িভাবে ১.৫ মিটার প্রশস্ত দুইটি রাস্তা আছে। রাস্তা দুইটির ক্ষেত্রফল কত?



সমাধান :

দৈর্ঘ্য বরাবর রাস্তাটির ক্ষেত্রফল = (৪০ × ১.৫) বর্গমিটার
= ৬০ বর্গমিটার

প্রস্থ বরাবর রাস্তাটির ক্ষেত্রফল = (৩০ – ১.৫)×১.৫ বর্গমিটার
= ২৮.৫×১.৫ বর্গমিটার
= ৪২.৭৫ বর্গমিটার

অতএব, রাস্তাদ্বয়ের ক্ষেত্রফল = (৬০ + ৪২.৭৫)বর্গমিটার
= ১০২.৭৫ বর্গমিটার

সুতারাং, রাস্তাদ্বয়ের মোট ক্ষেত্রফল ১০২.৭৫ বর্গমিটার ।

উদাহরণ ১৩। ২০ মিটার দীর্ঘ একটি কামরা কার্পেট দিয়ে ঢাকতে ৭৫০০.০০ টাকা খরচ হয়। যদি ঐ কামরাটির প্রস্থ ৪ মিটার কম হতো, তবে ৬০০০.০০ টাকা খরচ হতো। কামরাটির প্রস্থ কত?

সমাধান :

কামরাটির দৈর্ঘ্য ২০ মিটার। প্রস্থ ৪ মিটার কমলে ক্ষেত্রফল কমে (২০ মিটার × ৪ মিটার)
= ৮০ বর্গমিটার

ক্ষেত্রফল ৮০ বর্গমিটার কমার জন্য খরচ কমে (৭৫০০ – ৬০০০) টাকা
= ১৫০০ টাকা

১৫০০ টাকা খরচ হয় ৮০ বর্গমিটারে

$\therefore$ ১ ” ” ” $\frac{৮০}{১৫০০}$ ”

$\therefore$ ৭৫০০ ” ” ” $\frac{৮০ \times ৭৫০০}{১৫০০}$ ”

= ৪০০ বর্গমিটারে

অতএব, কামরার ক্ষেত্রফল ৪০০ বর্গমিটার।

কামারটির দৈর্ঘ্য × প্রস্থ = কামরার ক্ষেত্রফল

বা, কামরাটির প্রস্থ × ২০ মিটার = ৪০০ বর্গমিটার

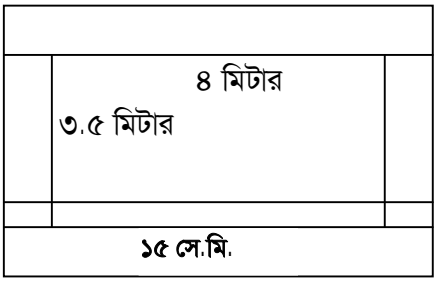
$\therefore$ কামরাটির প্রস্থ = $\frac{৪০০}{২০}$ মিটার

= ২০ মিটার

সুতারাং, কামরাটির প্রস্থ ২০ মিটার।

উদাহরণ ১৪। একটি ঘরের মেঝের দৈর্ঘ্য ৪ মিটার এবং প্রস্থ ৩.৫ মিটার। ঘরটির উচ্চতা ৩ মিটার এবং দেওয়ালগুলো ১৫ সে.মি. পুরু হলে, চার দেওয়ালের আয়তন কত?

সমাধান :



দেওয়ালের পুরুত্ব ১৫ সে.মি. $= \frac{১৫}{১০০}$ মিটার

$= ০.১৫$ মিটার

চিত্রানুসারে, দৈর্ঘ্যের দিকে ২টি দেওয়ালের ঘনফল = $(৪+২\times০.১৫)\times৩\times০.১৫\times২$ ঘনমিটার

= ৩.৮৭ ঘন মিটার

এবং প্রস্থের দিকে ২টি দেওয়ালের ঘনফল = $(৩.৫ \times ৩ \times ০.১৫ \times ২)$ ঘনমিটার

= ৩.১৫ ঘন মিটার

∴ দেওয়ালগুলোর মোট ঘনফল = (৩.৮৭ + ৩.১৫) ঘনমিটার

= ৭.০২ ঘনমিটার

সুতারাং, নির্ণেয় ঘনফল ৭.০২ ঘনমিটার।

উদারহরণ ১৫। একটি ঘরের তিনটি দরজা এবং ৬ টি জানালা আছে। প্রত্যেকটি দরজা ২টি লম্বা এবং ১.২৫ মিটার চওড়া, প্রত্যেক জানালা ১.২৫ মিটার লম্বা এবং ১ মিটার চওড়া। ঐ ঘরের দরজা জানালা তৈরি করতে ৫ মিটার লম্বা ও ০.৬০ মিটার চওড়া কয়টি তক্তার প্রয়োজন?

সমাধান :

৩টি দরজার ক্ষেত্রফল = $(২ \times ১.২৫) \times ৩$ বর্গমিটার

= ৭.৫ বর্গমিটার

৬টি জানালার ক্ষেত্রফল = $(১.২৫ \times ১) \times ৬$ বর্গমিটার

= ৭.৫ বর্গমিটার

একটি তক্তার ক্ষেত্রফল = (৫×০.৬) বর্গমিটার

= ৩ বর্গমিটার

নির্ণেয় তক্তার সংখ্যা = দরজার ও জানালার একত্রে ক্ষেত্রফল ÷ তক্তার ক্ষেত্রফল

= (৭.৫ + ৭.৫) ÷ ৩

= ১৫ ÷ ৩

= ৫ টি

সুতারাং, তক্তার সংখ্যা ৫ টি।

অনুশীলনী ৩

১। একটি শহরের জনসংখ্যা ১৫০০০০। প্রতিদিন ১০ জনের মৃত্য হয় এবং প্রতিদিন ১৭ জন শিশু জন্ম গ্রহণ করে। এক বছরে পর ঐ শহরের জনসংখ্যা কত হবে?

সমাধান :

আমরা জানি, ১ বছর = ৩৬৫ দিন

১ দিনে জন্ম গ্রহণ করে ১৭ জন

১ দিনে মৃত্যুবরণ করে ১০ জন

∴ ১ দিনে বৃদ্ধি পায় (১৭ – ১০) জন

= ৭ জন

∴ ৩৬৫ দিনে বৃদ্ধি পায় (৩৬৫ × ৭) জন

= ২৫৫৫ জন

∴ ১ বছর পরে জনসংখ্যা হয় (১৫০০০০ + ২৫৫৫) জন

= ১৫২৫৫৫ জন

সুতারাং, ঐ শহরে জনসংখ্যা ১৫২৫৫৫ জন।

২। ২০টি কৈ মাছের দাম ৩৫০ টাকা হলে, ১টি কৈ মাছের দাম কত?

সমাধান :

২০টি কৈ মাছের দাম ৩৫০ টাকা

∴ ১” ” ” ” $\frac{\cancel{৩৫০}^{৩৫}}{\cancel{২০}_{২}}$ ”

$= \frac{৩৫}{২}$ টাকা

= ১৭.৫ টাকা

সুতারাং, ১টি কৈ মাছের দাম ১৭.৫ টাকা।

৩। একটি গাড়ির চাকার পরিধি ৫.২৫ মিটার। ৪২ কিলোমিটার পথ যেতে চাকাটি কত বার ঘুরবে?

সমাধান :

আমরা জানি, ১ কিলোমিটার = ১০০০ মিটার

∴ ৪২ কিলোমিটার = (১০০০ × ৪২) মিটার

= ৪২০০০ মিটার।

চাকাটি ১ বার ঘুরলে তার পরিধি সমান দূরত্ব অতিক্রম করে

tanbircox.blogspot.com

অর্থাৎ, ৫.২৫ মিটার পথ গেলে চাকাটি ১ বার ঘুরবে

∴ ১ ” ” ” ” $\frac{১}{৫.২৫}$ ” ”

∴ ৪২০০০ ” ” ” ” $\frac{১ \times \overset{৮০}{\cancel{৪২০০০}} \times ১০০}{\cancel{৫২৫}_{১}}$ ” ”

= ৮০০০ বার ঘুরবে

সুতারাং, চাকাটি ৮০০০ বার ঘুরবে।

৪। দৌড় প্রতিযোগিতার জন্য ট্রাকের পরিধি কত হলে ১০০০০ মিটার দৌড়ে ১৬ চক্কর দিতে হবে?

সমাধান :

১৬ চক্করে যেতে হবে ১০০০০ মিটার

∴ ১ ” ” ” $\frac{১০০০০}{১৬}$ ”

= ৬২৫ মিটার

সুতারাং, ট্রাকের পরিধি ৬২৫ মিটার হতে হবে।

৫। একটি সিমেন্ট ফ্যাক্টরিতে প্রতিদিন ৫০০০ ব্যাগ সিমেন্ট উৎপন্ন হয়। প্রতি ব্যাগ সিমেন্টের ওজন যদি ৪৫ কিলোগ্রাম ৫০০ গ্রাম হয়, তবে দৈনিক সিমেন্টের উৎপাদন কত?

সমাধান :

১ ব্যাগ সিমেন্টের ওজন ৪৫ কিলোগ্রাম ৫০০ গ্রাম

∴ ৫০০০ ” ” ” (৪৫ কি.গ্রা. ৫০০ গ্রাম) × ৫০০০

= ২২৫০০০ কি.গ্রা. ২৫০০০০০ গ্রাম

= ২২৫০০০ কি.গ্রাম + ২৫০০ কি.গ্রা. [∵ ১০০০ গ্রাম= ১ কি.গ্রা.]

= ২২৭৫০০ কি.গ্রা.

= ২২৭.৫ মেট্রিক টন [∵ ১০০০ কি.গ্রা. = ১ মেট্রিক টন]

সুতারাং, দৈনিক রড তৈরি হয় ২২৭.৫ মেট্রিক টন।

৬। একটি স্টিল মিলে বার্ষিক ১৫০০০০ মেট্রিক টন রড তৈরি হয়। দৈনিক কী পরিমাণ রড তৈরি হয়?

সমাধান : আমরা জানি, ১ বছর = ৩৬৫ দিন

৩৬৫ দিনে রড তৈরি হয় ১৫০০০০ মেট্রিক টন

∴ ১ ” ” ” ” $\frac{১৫০০০০}{৩৬৫}$ ” ”

= ৪১০.৯৬ মেট্রিক টন

সুতারাং, দৈনিক রড় তৈরি হয় ৪১০.৯৬ মেট্রিক টন (প্রায়)

৭। এক ব্যবসায়ীর গুদামে ৫০০ মেট্রিক টন চাল আছে। তিনি দৈনিক ২ মেট্রিক টন ৫০০ কে.জি. করে চাল গুদাম থেকে দোকানে আনেন। তিনি কত দিনে গুদাম থেকে সব চাল আনতে পারবেন?

সমাধান :

আমরা জানি,

১ মেট্রিক টন = ১০০০ কেজি

$\therefore$ ২ মেট্রিক টন ৫০০ কে.জি. = $\left(২ + \frac{৫০০}{১০০০} \right)$ মেট্রিক টন

= (২ + ০.৫) মেট্রিক টন

= ২.৫ মেটিক টন

অর্থাৎ, ২.৫ মেট্রিক টন চাল আনতে পারবে ১ দিনে

$\therefore$ ১ ” ” ” ” ” $\frac{১}{২.৫}$ ”

$\therefore$ ৫০০ ” ” ” ” ” $\frac{১ \times ৫০০ \times ১০}{২৫}$ ”

= ২০০ দিনে

সুতারাং, ২০০ দিনে সব চাল আনতে পারবেন।

৮। একটি মোটরগাড়ি যদি ৯ লিটার পেট্রোলে ১২৮ কিলোমিটার যায়, তবে প্রতি কিলোমিটার যেতে কী পরিমাণ পেট্রোলের প্রয়োজন হবে?

সমাধান :

১২৮ কিলোমিটার যেতে পেট্রোলের দরকার ৯ লিটার

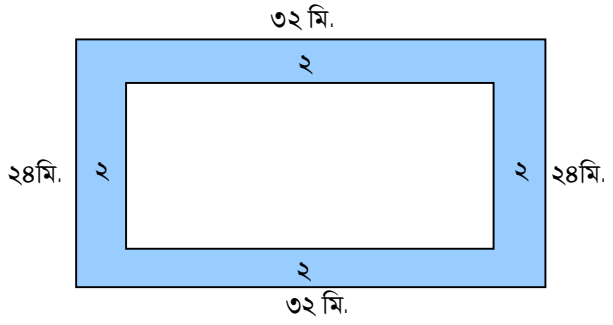
$\therefore$ ১ ” ” ” ” $\frac{৯}{১২৮}$ ”

= ০.০৭ লিটার (প্রায়)

সুতারাং, প্রতি কিলোমিটার যেতে পেট্রোলের প্রয়োজন হবে ০.০৭ লিটার (প্রায়)।

৯। একটি আয়তকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার এবং প্রস্থ ২৪ মিটার। এর ভিতরে চারদিকে ২ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



দেওয়া আছে,

আয়তকার বাগানের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার

এবং আয়তকার বাগানের প্রস্থ ২৪ মিটার

∴ আয়তকার বাগানের ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ

= (৩২ × ২৪) বর্গমিটার

= ৭৬৮ বর্গমিটার

যেহেতু বাগানের ভিতরের চারদিকে ২ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে

কাজেই রাস্তাবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য (৩২ – ২ × ২) মিটার

= ২৮ মিটার

এবং রাস্তাবাদে বাগানের প্রস্থ (২৪ – ২ × ২) মিটার

= ২০ মিটার

∴ রাস্তাবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (২৮ × ২০) বর্গমিটার

= ৫৬০ বর্গমিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৭৬৮ – ৫৬০) বর্গমিটার

= ২০৮ বর্গমিটার

সুতারাং, রাস্তাটির ক্ষেত্রফল ২০৮ বর্গমিটার।

১০। একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৬০ মিটার এবং প্রস্থ ৪০ মিটার। পুকুরের পাড়ের বিস্তার ৩ মিটার হলে, পাড়ের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৬০ মিটার

এবং পুকুরের প্রস্থ = ৪০ মিটার

∴ পুকুরটির ক্ষেত্রফল = (৬০ × ৪০) বর্গমিটার

= ২৪০ বর্গমিটার

যেহেতু পুকুরের পাড়ের বিস্তার = ৩ মিটার

পাড়সহ পুকুরের দৈর্ঘ্য = (৬০+৩×২) মিটার

= ৬৬ মিটার

পাড়সহ পুকুরের প্রস্থ = (৪০+৩×২) মিটার

= ৪৬ মিটার

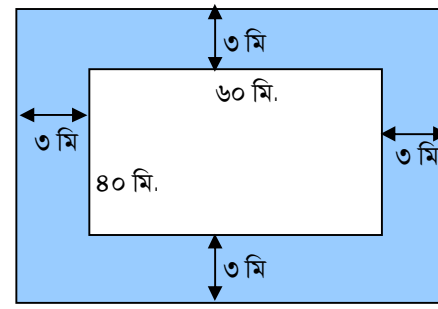
পাড়সহ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৬৬ × ৪৬) বর্গমিটার

= ৩০৩৬ বর্গমিটার

∴ পুকুরের ক্ষেত্রফল = (৩০৩৬ – ২৪০০) বর্গমিটার

= ৬৩৬ বর্গমিটার

সুতারাং, পাড়ের ক্ষেত্রফল ৬৩৬ বর্গমিটার।



১১। আয়তকার একটি ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ১০ একর এবং তার দৈর্ঘ্য প্রস্থের ৪ গুণ। ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য কত মিটার?

সমাধান :

আমরা জানি, ১ একর = ৪০৪৬.৮৬ বর্গমিটার

∴ ১০ ” = (৪০৪৬.৮৬ × ১০) বর্গমিটার

= ৪০৪৬৮.৬ বর্গমিটার

∴ আয়তকার ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = ৪০৪৬৮.৬ বর্গমিটার

মনেকরি,

ক্ষেত্রটির প্রস্থ = ক মিটার

∴ ” দৈর্ঘ্য = (৪ × ক) মিটার

= ৪ক মিটার

∴ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = (ক × ৪ক) বর্গমিটার

= $৪ক^২$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে,

$৪ক^২ = ৪০৪৬৮.৬$

বা, $ক^২ = \frac{৪০৪৬৮.৬}{৪}$

বা, $ক^২ = ১০১১৭.১৫$

বা, $ক = \sqrt{১০১১৭.১৫}$

বা, ক = ১০০.৫৮৪০

∴ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = (৪ × ক) মিটার

= (৪ × ১০০.৫৮৪০) মিটার

= ৪০২.৩৩৬১ মিটার

= ৪০২.৩৪ মিটার (প্রায়)

সুতারাং, ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ৪০২.৩৪ মিটার (প্রায়)।

১২। একটি আয়তাকার ঘরের দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড় গুণ। এ ক্ষেত্রফল ২১৬ বর্গমিটার হলে, পরিসীমা কত?

সমাধান :

মনেকরি,

আয়তকার ঘরটির প্রস্থ = ক মিটার

যেহেতু দৈর্ঘ্য প্রস্থের দেড় গুণ

∴ আয়তকার ঘরটির দৈর্ঘ্য = (ক এর $১\frac{১}{২}$) মিটার

$= \frac{৩ক}{২}$ মিটার

∴ আয়তকার ঘরটির ক্ষেত্রফল = $\left(\frac{৩ক}{২} \times ক\right)$ বর্গমিটার

$= \frac{৩ক^২}{২}$ বর্গমিটার

প্রশ্নমতে,

$\frac{৩ক^২}{২} = ২১৬$

বা, $ক^২ = \frac{২১৬ \times ২}{৩}$

বা, $ক^২ = ১৪৪$

বা, $ক = \sqrt{১৪৪}$

∴ $ক = ১২$

∴ আয়তকার ঘরটির প্রস্থ = ১২ মিটার

∴ " " দৈর্ঘ্য = $\frac{৩ক}{২}$ মিটার

$= \frac{৩ \times ১২}{২}$ মিটার

= ১৮ মিটার

∴ আয়তকার ঘরটির পরিসীমা = (দৈর্ঘ্য + প্রস্থ) × ২

= (১৮ + ১২) × ২

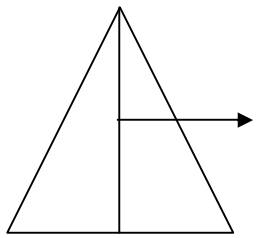
= ৩০ × ২

= ৬০ মিটার

সুতারাং, পরিসীমা ৬০ মিটার।

১৩। একটি ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ভূমি ২৪ মিটার এবং উচ্চতা ১৫ মিটার ৬০ সেন্টিমিটার হলে, এর ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

সমাধান :



tanbircox.blogspot.com

ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রের ভূমি = ২৪ মিটার
এবং উচ্চতা = (১৫ মি. ৫০ সে.মি)

$= (১৫ + \frac{৫০}{১০০})$ মিটার
$= (১৫ + ০.৫)$ মিটার [যেহেতু ১০০ সে.মি. = ১ মিটার]
= ১৫.৫ মিটার

∴ ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি × উচ্চতা
$= \frac{১}{২} \times ২৪ \times ১৫.৫$ বর্গমিটার
= ১৮৬ বর্গমিটার

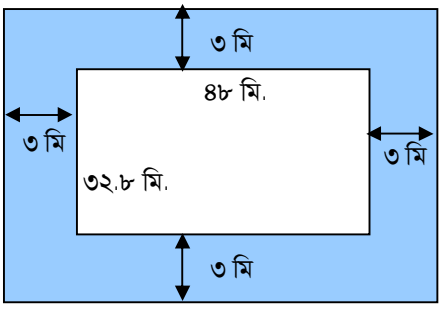
সুতারাং, ত্রিভুজাকৃতি ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল ১৮৬ বর্গমিটার।

১৪। একটি আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ৪৮ মিটার এবং প্রস্থ ৩২ মিটার ৮০ সে.মি.। ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে ৩ মিটার বিস্তৃত একটি রাস্তা আছে। রাস্তাটির ক্ষেত্রফল কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,
আয়তকার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য = ৪৮ মিটার
এবং আয়তকার ক্ষেত্রের প্রস্থ = ৩২ মিটার ৮০ সে.মি.

$= (৩২ + \frac{৮০}{১০০})$ মিটার
$= (৩২ + ০.৮০)$ মিটার
= ৩২.৮ মিটার

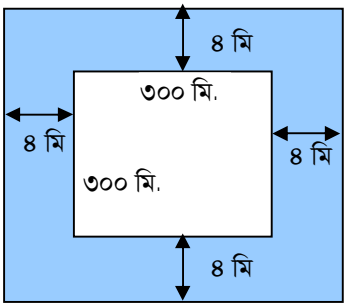


∴ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
= (৪৮ × ৩২.৮) বর্গমিটার
= ১৫৭৪.৪ বর্গমিটার

যেহেতু, ক্ষেত্রটির বাইরে চারদিকে ৩ মিটার বিস্তৃত রাস্তা আছে।
∴ রাস্তাসহ ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য = (৪৮ + ৩ × ২) মিটার
= ৫৪ মিটার
এবং রাস্তাসহ ক্ষেত্রটির প্রস্থ = (৩২.৮ + ৩ × ২) মিটার
= ৩৮.৮ মিটার
∴ রাস্তাসহ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল = দৈর্ঘ্য × প্রস্থ
= (৫৪ × ৩৮.৮) বর্গমিটার
= ২০৯৫.২ বর্গমিটার

রাস্তার ক্ষেত্রফল (২০৯৫.২ – ১৫৭৪.৪) বর্গমিটার
= ৫২০.৮ বর্গমিটার
সুতারাং, রাস্তাটির ক্ষেত্রফল ৫২০.৮ বর্গমিটার।

১৫। একটি বর্গাকার ক্ষেত্রের এক বাহুর দৈর্ঘ্য ৩০০ মিটার এবং বাইরে চারদিকে ৪ মিটার চওড়া একটি রাস্তা আছে। রাস্তার ক্ষেত্রফল কত?



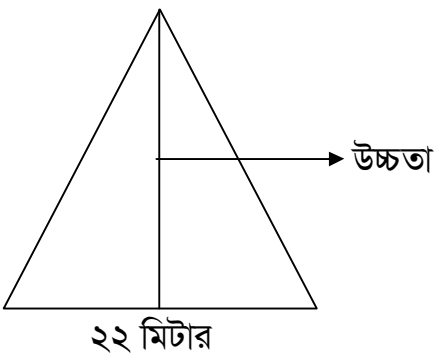
সমাধান :
দেওয়া আছে,
বর্গাকার ক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য = ৩০০ মিটার
∴ ” ” ” ” ক্ষেত্রফল = (৩০০ × ৩০০) বর্গমিটার
= ৯০০০০ বর্গমিটার
বর্গাকার ক্ষেত্রটির বাহিরে চার দিকে ৪ মি. চওড়া রাস্তা আছে।
রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রটির এক বাহুর দৈর্ঘ্য (৩০০ + ৪ × ২) মিটার
= ৩০৮ মিটার
∴ রাস্তাসহ বর্গাকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = (৩০৮ × ৩০৮) বর্গমিটার
= ৯৪৮৬৪ বর্গমিটার

∴ রাস্তার ক্ষেত্রফল = (৯৪৮৬৪ – ৯০০০০) বর্গমিটার
= ৪৮৬৪ বর্গমিটার
সুতারাং রাস্তার ক্ষেত্রফল ৪৮৬৪ বর্গমিটার।

tanbircox.blogspot.com

১৬। একটি ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল ২৬৪ বর্গমিটার। এর ভূমি ২২ মিটার হলে, উচ্চতা নির্ণয় কর।

সমাধান :



মনে করি,
ত্রিভুজাকৃতি জমির উচ্চতা = ক মিটার
” ” ভুমি = ২২ মিটার

∴ ত্রিভুজাকৃতি জমির ক্ষেত্রফল = $\frac{১}{২}$ × ভূমি × উচ্চতা

$= \frac{১}{২} \times ২২ \times$ ক বর্গমিটার

= ১১ক বর্গমিটার

প্রশ্নমতে,

১১ক = ২৬৪

বা, ক = $\frac{২৬৪}{১১}$ মিটার

∴ ক = ২৪ মিটার

সুতারাং, ত্রিভুজাকৃতি জমির উচ্চতা ২৪ মিটার।

১৭। একটি চৌবাচ্চায় ১৯২০০ লিটার পানি ধরে। এর গভীরতা ২.৫৬ মিটার এবং প্রস্থ ২.৫ মিটার হলে, দৈর্ঘ্য কত?

সমাধান :

চৌবাচ্চাটিতে ১৯২০০ লিটার পানি ধরে

আমরা জানি,

১ লিটার = ১০০০ ঘন সে.মি.

∴ ১৯২০০ লিটার = (১০০০ × ১৯২০০) ঘন সে.মি.

= ১৯২০০০০০ ঘন সে.মি.

∴ চৌবাচ্চাটির আয়তন = ১৯২০০০০০ ঘন সে.মি.

= ১৯.২ ঘন মিটার [∵ ১০০০০০০ = ১ ঘন মিটার]

চৌবাচ্চাটির গভীরতা = ২.৫৬ মিটার

এবং ” ” = ২.৫ মিটার

ধরি, চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ক মিটার

∴ ” আয়তন = (গভীরতা × প্রস্থ × দৈর্ঘ্য)

= (২.৫৬ × ২.৫ × ক) ঘন মিটার

= ৬.৪ক ঘন মিটার

প্রশ্নমতে,

৬.৪ক = ১৯.২

বা, ক = $\frac{১৯.২}{৬.৪}$

∴ ক = ৩

সুতারাং, দৈর্ঘ্য ৩ মিটার।

১৮। সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী। আয়তকার একটি সোনার বারের দৈর্ঘ্য ৭.৮ সেন্টিমিটার, প্রস্থ ৬.৪ সেন্টিমিটার এবং উচ্চতা ২.৫ সেন্টিমিটার। সোনার বারটির ওজন কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

সোনার বারটির দৈর্ঘ্য = ৭.৮ সেন্টমিটার

প্রস্থ = ৬.৪ সেন্টিমিটার

উচ্চতা = ২.৫ সেন্টিমিটার

সোনার বারটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা)

= (৭.৮ × ৬.৪ × ২.৫) ঘন সেন্টিমিটার

= ১২৪.৮ ঘন সে.মি.

আমরা জানি,

১ ঘন সে.মি. পানির ওজন = ১ গ্রাম

∴ ১২৪.৮ ” ” ” = (১২৪.৮ × ১) গ্রাম

= ১২৪.৮ গ্রাম

সোনা পানির তুলনায় ১৯.৩ গুণ ভারী

∴ ১২৪.৮ ঘন সে.মি. সোনার ওজন (১২৪.৮ × ১৯.৩) গ্রাম

= ২৪০৮.৬৪ গ্রাম

সুতারাং, সোনার বারটির ওজন ২৪০৮.৬৪ গ্রাম।

১৯। একটি ছোট বাক্সের দৈর্ঘ্য ১৫ সে.মি. ২.৪ মি.মি., প্রস্থ ৭ সে.মি. ৬.২ মি.মি. এবং উচ্চতা ৫ সে.মি. ৮ মি.মি.। বাক্সটির আয়তন কত ঘন সেন্টিমিটার?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

বাক্সের দৈর্ঘ্য = ১৫ সে.মি. ২.৪ মি.মি.

$= \left(১৫ + \frac{২.৪}{১০} \right)$ সে.মি. [∵ ১০মি.মি. = ১ সে.মি.]

= ১৫+.২৪ সে.মি.

= ১৫.২৪ সে.মি.

বাক্সের প্রস্থ = ৭ সে.মি. ৬.২ মি.মি.

$= \left(৭ + \frac{৬.২}{১০} \right)$ সে.মি.

= ৭+.৬২ সে.মি.

= ৭.৬২ সে.মি.

tanbircox.blogspot.com

বাক্সের উচ্চতা = ৫ সে.মি. ৮ মি.মি.

$= \left(৫ + \frac{৮}{১০} \right)$ সে.মি.

= ৫+.৮ সে.মি.

= ৫.৮ সে.মি.

∴ বাক্সাটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা)

= (১৫.২৪ × ৭.৬২ × ৫.৮) ঘন সে.মি.

= ৬৭৩.৫৪৭ ঘন সে.মি.

সুতারাং, বাক্সাটির আয়তন ৬৭৩.৫৪৭ ঘন সে.মি.।

২০। একটি আয়তকার চৌবাচ্চার দৈর্ঘ্য ৫.৫ মিটার, প্রস্থ ৪ মিটার এবং উচ্চতা ২ মিটার। উক্ত চৌবাচ্চাটি পানি ভর্তি থাকলে পানির আয়তন কত লিটার এবং ওজন কত কিলোগ্রাম হবে?

সমাধান :

দেওয়া আছে,

চৌবাচ্চাটির দৈর্ঘ্য = ৫.৫ মিটার

= (৫.৫ × ১০০) সে.মি.

= ৫৫০ সে.মি.

চৌবাচ্চাটির প্রস্থ = ৪ মিটার

= (৪ × ১০০) সে.মি.

= ৪০০ সে.মি.

চৌবাচ্চাটির উচ্চতা = ২ মিটার

= (২ × ১০০) সে.মি.

= ২০০ সে.মি.

∴ চৌবাচ্চাটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × উচ্চতা)

= (৫৫০ × ৪০০ × ২০০) ঘন সে.মি.

= ৪৪০০০০০০ ঘন সে.মি.

আমরা জানি,

১০০০ ঘন সে.মি. = ১ লিটার

$\therefore$ ১ ” ” $= \frac{১}{১০০০}$ ”

$\therefore$ ৪৪০০০০০০ ” ” $= \frac{৪৪০০০০০০}{১০০০}$ ”

= ৪৪০০০ মিটার।

আবার, ১ লিটার পানির ওজন ১ কিলোগ্রাম

৪৪০০ ” ” ” (১ × ৪৪০০০) ” বা ৪৪০০০ কিলোগ্রাম

সুতারাং চৌবাচ্চাটিতে ৪৪০০০ লিটার পানি আছে এবং পানির ওজন ৪৪০০০ কিলোগ্রাম।

tanbircox.blogspot.com

২১। আয়তকার একটি ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থের ১.৫ গুণ। প্রতি বর্গমিটার ১.৯০ টাকা দরে ঘাস লাগাতে ১০২৬০.০০ টাকা ব্যয় হয়। প্রতি মিটার ২.৫০ টাকা দরে ঐ মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে মোট কত ব্যয় হবে?

সমাধান :

১.৯০ টাকা ব্যয় হয় ১ বর্গমিটারে

১ ” ” ” $\frac{১}{১.৯০}$ ”

∴ ১০২৬০ ” ” ” $\frac{১\times১০২৬০}{১.৯০}$ ”

= ৫৪০০ বর্গমিটার

∴ আয়তকার ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল ৫৪০০ বর্গমিটার

আবার,

ধরি ক্ষেত্রটির প্রস্থ ক মিটার

তাহলে দৈর্ঘ্য ১.৫ × ক মিটার

প্রশ্নমতে,

ক × ১.৫ × ক = ৫৪০০

বা, ১.৫$ক^২$ = ৫৪০০

বা, $ক^২ = \frac{৫৪০০}{১.৫}$

বা, $ক^২$ = ৩৬০০

বা, ক = $\sqrt{৩৬০০}$

∴ ক = ৬০

অর্থাৎ, প্রস্থ ৬০ মিটার এবং প্রস্থ (৬০ × ১.৫) মিটার বা ৯০ মিটার

মাঠের পরিসীমা = ২(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

= ২(৯০ + ৬০) মিটার

= ২ × ১৫০ মিটার

= ৩০০ মিটার

∴ মাঠের চারদিকে বেড়া দিতে খরচ হবে (৩০০ × ২.৫০) টাকা

= ৭৫০ টাকা

সুতারাং, ব্যয়ের পরিমাণ ৭৫০ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

২২। একটি ঘরের মেঝে কার্পেট দিয়ে ঢাকতে মোট ৭২০০ টাকা খরচ হয়। ঘরটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা কম খরচ হতো। ঘরটির প্রস্থ কত?

সমাধান :

ঘরটির প্রস্থ ৩ মিটার কম হলে ৫৭৬ টাকা কম খরচ হতো।

অর্থাৎ ৩ মিটারের খরচ ৫৭৬ টাকা

$\therefore$ ১ ” ” $\frac{৫৭৬}{৩}$ ”

= ১৯২ মিটার

এখন, ১৯২ টাকা খরচ হয় যখন প্রস্থ ১ মিটার

$\therefore$ ১ ” ” ” ” $\frac{১}{১৯২}$ ”

$\therefore$ ৭২০০ ” ” ” ” $\frac{১\times৭২০০}{১৯২}$ ”

= ৩৭.৫ মিটার

সুতারাং, ঘরটির প্রস্থ ৩৭.৫ মিটার।

২৩। ৮০ মিটার দৈর্ঘ্য ও ৬০ মিটার প্রস্থবিশিষ্ট একটি আয়তকার বাগানের ভিতর চারদিকে ৪ মিটার প্রশস্ত একটি পথ আছে। প্রতি বর্গমিটার ৭.২৫ টাকা দরে ঐ পথ বাঁধানোর খরচ কত?

সমাধান :

পথসহ বাগানের দৈর্ঘ্য ৮০ মিটার

এবং পথসহ বাগানের প্রস্থ ৬০ মিটার

$\therefore$ পথসহ বাগানের ক্ষেত্রফল = (৮০×৬০) বর্গমিটার

= ৪৮০০ বর্গমিটার

পথবাদে বাগানের দৈর্ঘ্য = (৮০ – ৪ × ২) বর্গমিটার

= ৭২ মিটার

পথবাদে বাগানের প্রস্থ = (৬০ – ৪ × ২) বর্গমিটার

= ৫২ মিটার

$\therefore$ পথবাদে বাগানের ক্ষেত্রফল = (৭২×৫২) বর্গমিটার

= ৩৭৪৪ বর্গমিটার

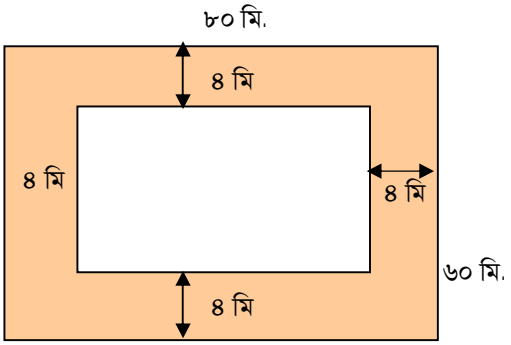
$\therefore$ পথের ক্ষেত্রফল = (৪৮০০ – ৩৭৪৪) বর্গমিটার

= ১০৫৬ বর্গমিটার

পথ বাঁধানোর মোট খরচ (১০৫৬ × ৭.২৫) টাকা

= ৭৬৫৬ টাকা

সুতারাং, পথ বাঁধানোর খরচ ৭৬৫৬ টাকা



www.tanbircox.blogspot.com

২৪। ২.৫ মিটার গভীর একটি বর্গাকৃতি খোলা চৌবাচ্চায় ২৮.৯০০ লিটার পানি ধরে। এর ভিতরের দিকে সীসার পাত লাগাতে প্রতি বর্গমিটার ১২.৫০ টাকা হিসাবে মোট কত খরচ হবে?

সমাধান :

২৮৯০০ লিটার $= \frac{২৮৯০০}{১০০০}$ ঘনমিটার [∵ ১০০০ লিটার = ১ ঘন মিটার]

$= ২৮.৯$ ঘন মিটার

∴ চৌবাচ্চার আয়তন ২৮.৯ ঘন মিটার।

ধরি, বর্গাকৃতি চৌবাচ্চাটির পৃষ্ঠের দৈর্ঘ্য ক মিটার

∴ বর্গাকৃতি চৌবাচ্চাটির তলার ক্ষেত্রফল = ক × ক মিটার

$= ক^২$ মিটার

দেওয়া আছে, চৌবাচ্চাটির গভীরতা ২.৫ মিটার

∴ চৌবাচ্চাটির ক্ষেত্রফল = $(ক^২ \times ২.৫)$ ঘন মিটার

$= ২.৫ ক^২$ ঘন মিটার

প্রশ্নমতে,

$২.৫ ক^২ = ২৮.৯$

বা, $ক^২ = \frac{২৮.৯}{২.৫}$

বা, $ক^২ = ১১.৫৬$

বা, $ক = \sqrt{১১.৫৬}$

∴ $ক = ৩.৪$

চৌবাচ্চার ভিতরের চার পৃষ্ঠে ও তলায় সীসার পাত লাগাতে হবে।

এখন,

চৌবাচ্চার ভিতরের প্রতি পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল = (৩.৪×২.৫) বর্গমিটার

∴ ” ” চার ” ” = $(৩.৪ \times ২.৫ \times ৪)$ বর্গমিটার

= ৩৪ বর্গমিটার

এবং তলার ক্ষেত্রফল = (৩.৪×৩.৪) বর্গমিটার

= ১১.৫৬ বর্গমিটার

∴ মোট সীসার পাত লাগাতে হবে (৩৪ + ১১.৫৬) বর্গমিটার

= ৪৫.৫৬ বর্গমিটার

প্রতি বর্গমিটার ১২.৫০ হিসেবে ৪৫.৫৬ বর্গমিটারে পাত লাগাতে খরচ হবে (৪৫.৫৬×১২.৫০)টাকা

= ৫৬৯.৫০ টাকা

সুতারাং, মোট খরচ ৫৬৯.৫০ টাকা।

tanbircox.blogspot.com

২৫। একটি ঘরের মেঝে ২৬ মি. লম্বা ও ২০ মি. চওড়া। ৪মি. লম্বা ও ২.৫মি. চওড়া কয়টি মাদুর দিয়ে মেঝেতে সম্পূর্ণ ঢাকা যাবে? প্রতিটি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা হলে, মোট খরচ কত হবে?

সমাধান :

ঘরটির মেঝে ২৬ মি. লম্বা ও ২০ মি. চওড়া

∴ ঘরের মেঝের ক্ষেত্রফল = ২৬ মি. × ২০ মি.

= ৫২০ বর্গমিটার

১টি মাদুর ৪ মি. লম্বা ও ২.৫ মি. চওড়া

∴ ১টি মাদুরের ক্ষেত্রফল = ৪ মি. × ২.৫ মি.

= ১০ বর্গমিটার

$$\text{মাদুরের সংখ্যা} = \frac{\text{মেঝের ক্ষেত্রফল}}{\text{১টি মাদুরের ক্ষেত্রফল}}$$

$$= \frac{৫২০}{১০} \text{ টি}$$

= ৫২ টি

১টি মাদুরের দাম ২৭.৫০ টাকা

∴ ৫২টি ” ” (২৭.৫০ × ৫২) টাকা

= ১৪৩০ টাকা

সুতারাং, মাদুরের সংখ্যা ৫২টি এবং মোট খরচ হবে ১৪৩০ টাকা।

২৬। একটি বইয়ের দৈর্ঘ্য ২৫ সে.মি. ও প্রস্থ ১৮ সে.মি.। বইটির পৃষ্টাসংখ্যা ২০০ এবং প্রতি পাতা কাগজের পুরুত্ব ০.১ মি.মি. হলে, বইটির আয়তন নির্ণয় কর।

সমাধান :

২০০ পৃষ্ঠা= ১০০ পাতা [∵ ২ পৃষ্ঠা = ১ পাতা]

১ পাতা কাগজের পুরুত্ব ০.১ মি.মি.

∴ ১০০ ” ” ” (১০০ × ০.১) মি.মি.

= ১০ মি.মি.

= ১ সে.মি. [∵ ১০ মি.মি. = ১ সে.মি.]

বইটির দৈর্ঘ্য = ২৫ সে.মি.

প্রস্থ = ১৮ সে.মি.

∴ বইটির আয়তন = (দৈর্ঘ্য × প্রস্থ × পুরুত্ব)

= (২৫ × ১৮ × ১) ঘন সে.মি.

= ৪৫০ ঘন সে.মি.

সুতারাং বইটির আয়তন ৪৫০ ঘন সে.মি.।

tanbircox.blogspot.com

২৭। একটি পুকুরের দৈর্ঘ্য ৩২ মিটার, প্রস্থ ২০ মিটার এবং পুকুরের পানির গভীরতা ৩ মিটার। একটি মেশিন দ্বারা পুকুরটি পানিশুন্য করা হচ্ছে যা প্রতি সেকেন্ডে ০.১ ঘনমিটার পানি সেচতে পারে। পুকুরটি পানিশূন্য করতে কত সময় লাগবে?

সমাধান :

পুকুরের দৈর্ঘ্য = ৩২ মিটার

প্রস্থ = ২০ মিটার

গভীরতা = ৩ মিটার

পুকুরটির আয়তন = (৩২ × ২০ × ৩) ঘন মিটার

= ১৯২০ ঘন মিটার

০.১ ঘন সে.মি পানি সেচতে পারে ১ সেকেন্ডে

∴ ১ ” ” ” ” $\frac{১}{০.১}$ ”

∴ ১৯২০ ” ” ” ” $\frac{১ \times ১৯২০}{০.১}$ ”

= ১৯২০০ সেকেন্ডে

$= \frac{১৯২০০}{৬০}$ মিনিট [∵ ৬০ সেকেন্ড = ১ মিনিট]

= ৩২০ মিনিট

$= \frac{৩২০}{৬০}$ ঘন্টা [∵ ৬০ মিনিট = ১ ঘন্টা]

= ৫ ঘন্টা ২০ মিনিট

সুতারাং, পুকুরটি পানিশূন্য করতে ৫ ঘন্টা ২০ মিনিট সময় লাগবে।

২৮। ৩ মিটার দৈর্ঘ্য, ২ মিটার প্রস্থ ও ১ মিটার উচ্চতাবিশিষ্ট একটি খালি চৌবাচ্চায় ৫০ সে.মি. বাহুবিশিষ্ট একটি নিরেট ধাতব ঘনক রাখা আছে। চৌবাচ্চাটি পানি দ্বারা পূর্ণ করার পর ঘনকটি তুলে আনা হলে, পানির গভীরতা কত হবে?

সমাধান :

চৌবাচ্চার আয়তন = (৩ × ২ × ১) ঘন মিটার

= ৬ ঘন মিটার

৫০ সে.মি. বাহু বিশিষ্ট ঘনকের আয়তন = $(৫০)^৩$ ঘন সে.মি.

= ১২৫০০০ ঘন সে.মি.

$= \frac{১২৫০০০}{১০০০০০০}$ ঘন মিটার [∵ ১০০০০০০ ঘন সে.মি=১ঘন মি.]

= ০.১২৫ ঘন মিটার

চৌবাচ্চাটিতে ঘনকটি রাখা অবস্থায় পানি দ্বারা পূর্ণ করলে ০.১২৫ ঘন মিটার কম পানি ধরবে।
∴ ঘনকটি উঠিয়ে নিলে পানির আয়তন = (৬ – ০.১২৫) ঘন মিটার
= ৫.৮৭৫ ঘন মিটার

৬ ঘন মিটার আয়তনের পানি গভীরতা ১ মিটার

∴ ১ ” ” ” ” ” $\frac{১}{৬}$ ”

∴ ৫.৮৭৫ ” ” ” ” ” $\frac{৫.৮৭৫}{৬}$ ”

= ০.৯৭৯১৬ মিটার

সুতারাং, গভীরতা হবে ০.৯৭৯১৬ মিটার বা ৯৭.৯২ সে.মি. । (প্রায়)

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

চতুর্থ ৪ বীজগণিতীয় সূত্রাবলি ও প্রয়োগ

সূত্র ১। $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

সূত্র ২। $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

সূত্র ৩। $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

সূত্র ৪। $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

অনুসিদ্ধান্ত ১। $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ২। $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৩। $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৪। $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$

অনুসিদ্ধান্ত ৫। $2(a^2 + b^2) = (a+b)^2 + (a-b)^2$

অনুসিদ্ধান্ত ৬। $4ab = (a+b)^2 - (a-b)^2$ বা, $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ১। $3x + 5y$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(3x+5y)^2 = (3x)^2 + 2\times 3x \times 5y + (5y)^2$$
$$= 9x^2 + 30xy + 25y^2$$

উদাহরণ ২। বর্গের সূত্র ব্যবহার করে 25 এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$(25)^2 = (20 + 5)^2$
$= (20)^2 + 2\times 20\times 5 + (5)^2$
$= 400 + 200 + 25$
$= 625$

উদাহরণ ৩। 4x – 7y এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(4x-7y)^2 = (4x)^2 - 2\times 4x \times 7y + (7y)^2$$
$$= 16x^2 - 56xy + 49y^2$$

www.facebook.com/tanbir.cox www.tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৪। $a+b=8$ এবং $ab=15$ হলে, a^2+b^2 এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} a^2+b^2 &= (a+b)^2-2ab \\ &= (8)^2-2\times 15 \\ &= 64-30 \\ &= 34 \end{aligned}$$

উদাহরণ ৫। $a-b=7$ এবং $ab=60$ হলে, a^2+b^2 এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} a^2+b^2 &= (a-b)^2+2ab \\ &= (7)^2+2\times 60 \\ &= 49+120 \\ &= 169 \end{aligned}$$

উদাহরণ ৬। $x-y=3$ এবং $xy=10$ হলে, $(x+y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} (x+y)^2 &= (x-y)^2+4xy \\ &= (3)^2+4\times 10 \\ &= 9+40 \\ &= 49 \end{aligned}$$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৭। $a+b=7$ এবং $ab=10$ হলে, $(a-b)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= (a+b)^2-4ab \\ &= (7)^2-4\times 10 \\ &= 49-40 \\ &= 9 \end{aligned}$$

উদাহরণ ৮। $x-\frac{1}{x}=5$ হলে, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+4\times x\times\frac{1}{x}$$

$= (5)^2 + 4$
$= 25 + 4$
$= 29$

কাজ :

১। $2a + 5b$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

২। $4x - 7$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

৩। $a + b = 7$ এবং $ab = 9$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

৪। $x - y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

১। $2a + 5b$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(2a + 5b)^2 = (2a)^2 + 2 \times 2a \times 5b + (5b)^2$$
$$= 4a^2 + 20ab + 25b^2$$

২। $4x - 7$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(4x - 7)^2 = (4x)^2 - 2 \times 4x \times 7 + (7)^2$$
$$= 16x^2 - 56x + 49$$

৩। $a + b = 7$ এবং $ab = 9$ হলে, $a^2 + b^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$
$$= (7)^2 - 2 \times 9$$
$$= 49 - 18$$
$$= 31$$

৪। $x - y = 5$ এবং $xy = 6$ হলে, $(x + y)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(x + y)^2 = (x - y)^2 + 4xy$$
$$= (5)^2 + 4 \times 6$$
$$= 25 + 24$$
$$= 49$$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৯। সূত্রের সাহায্যে $3p+4$ কে $3p-4$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

$$(3p+4)(3p-4)$$
$$=(3p)^2-(4)^2$$
$$=9p^2-16$$

উদাহরণ ১০। সূত্রের সাহায্যে $5m+8$ কে $5m+9$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$$\therefore (5m+8)(5m+9)$$
$$=(25m)^2+(8+9)\times 5m+8\times 9$$
$$=25m^2+17\times 5m+72$$
$$=25m^2+85m+72$$

উদাহরণ ১১। সরল কর : $(5a-7b)^2+2(5a-7b)(9b-4a)+(9b-4a)^2$

সমাধান :

ধরি, $(5a-7b)=x$

এবং $(9b-4a)=y$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=x^2+2xy+y^2$

$$=(x+y)^2$$
$$=(5a-7b+9b-4a)^2 \quad [x \text{ ও } y \text{ এর মান বসিয়ে}]$$
$$=(a+2b)^2$$
$$=a^2+4ab+4b^2$$

উদাহরণ ১২। $(x+6)(x+4)$ কে দুইটি রাশির অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

tanbircox.blogspot.com

$$\therefore (x+6)(x+4) = \left\{\frac{(x+6)+(x+4)}{2}\right\}^2 - \left\{\frac{(x+6)-(x+4)}{2}\right\}^2$$

$$= \left(\frac{x+6+x+4}{2}\right)^2 - \left(\frac{x+6-x-4}{2}\right)^2$$

$$= \left(\frac{2x+10}{2}\right)^2 - \left(\frac{2}{2}\right)^2$$

$$= \left\{\frac{2(x+5)}{2}\right\}^2 - (1)^2$$

$$= (x+5)^2 - (1)^2$$

উদাহরণ ১৩। $x=4, y=-8$ এবং $z=5$ হলে, $25(x+y)^2 - 20(x+y)(y+z) + 4(y+z)^2$ এর মান কত?

সমাধান :

ধরি, $x+y=a$

এবং $y+z=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= 25a^2 - 20ab + 4b^2$

$= (5a)^2 - 2\times 5a \times 2b + (2b)^2$

$= (5a-2b)^2$

$= \{5(x+y) - 2(y+z)\}^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$= (5x+5y-2y-2z)^2$

$= (5x+3y-2z)^2$

$= (5\times 4 + 3\times -8 - 2\times 5)^2$ [x, y ও z এর মান বসিয়ে]

$= (20-24-10)^2$

$= (-14)^2$

$= 196$

কাজ : ১। সূত্রের সাহায্যে $(5x+7y)$ ও $(5x-7y)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

২। সূত্রের সাহায্যে $(x+10)$ ও $(x-14)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

৩। $(4x-3y)(6x+5y)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

১। সূত্রের সাহায্যে $(5x+7y)$ ও $(5x-7y)$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(5x+7y)(5x-7y)$$
$$=(5x)^2-(7y)^2$$
$$=25x^2-49y^2$$

২। সূত্রের সাহায্যে $x+10$ ও $x-14$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $(x+a)(x-b)=x^2+(a-b)x-ab$

$$\therefore (x+10)(x-14)$$
$$=(x)^2+(10-14)\times x-10\times 14$$
$$=x^2-4x-140$$

৩। $(4x-3y)(6x+5y)$ কে দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর।

সমাধান :

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\therefore (4x-3y)(6x+5y)=\left\{\frac{(4x-3y)+(6x+5y)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(4x-3y)-(6x+5y)}{2}\right\}^2$$
$$=\left(\frac{4x-3y+6x+5y}{2}\right)^2-\left(\frac{4x-3y-6x-5y}{2}\right)^2$$
$$=\left(\frac{10x+2y}{2}\right)^2-\left(\frac{-2x-8y}{2}\right)^2$$
$$=\left\{\frac{2(5x+y)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{-2(x+4y)}{2}\right\}^2$$
$$=(5x+y)^2-(x+4y)^2$$

সূত্র ১। $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

উদাহরণ ১৪। $2x+3y+5z$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

ধরি, $2x = a, \quad 3y = b$ এবং $5z = c$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশির বর্গ $= (a+b+c)^2$

$= a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

$= (2x)^2+(3y)^2+(5z)^2+2\times 2x\times 3y+2\times 3y\times 5z+2\times 2x\times 5z$

$= 4x^2+9y^2+25z^2+12xy+30yz+20xz$ [a, b, ও c মান বসিয়ে]

$\therefore \ (4x+3y+5z)^2 = 4x^2+9y^2+25z^2+12xy+30yz+20xz$

উদাহরণ ১৫। $5a-6b-7c$ এর বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$(5a-6b-7c)^2$

$\{(5a)-(6b+7c)\}^2$

$= (5a)^2-2\times(5a)\times(6b+7c)+(6b+7c)^2$

$= 25a^2-10a(6b+7c)+(6b)^2+2\times(6b)\times(7c)+(7c)^2$

$= 25a^2-60ab-70ac+36b^2+84bc+49c^2$

$= 25a^2+36b^2+49c^2-60ab+84bc-70ac$

tanbircox.blogspot.com

বিকল্প সমাধান :

আমরা জানি, $(x+y+z)^2 = x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2xz$

এখানে, $5x = a, \quad -6b = y$ এবং $-7c = z$ ধরে

$(5a-6b-7c)^2 = (25a)^2+(-6b)^2+(-7c)^2$

$+2\times(5a)\times(-6b)+2\times(-6b)\times(-7c)+2\times(-7c)\times(5a)$

$= 25a^2+36b^2+49c^2-60ab+84bc-70ac$

কাজ : সূত্রের সাহায্যে বর্গ নির্ণয় কর :

১। $ax+by+c$ ২। $4x+5y-7z$

১। $ax + by + c$ বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(ax + by + c)^2 = (ax)^2 + (by)^2 + c^2 + 2 \times (ax) \times (by) + 2 \times (by) \times c + 2 \times c \times (ax)$$
$$= a^2x^2 + b^2y^2 + c^2 + 2abxy + 2bcy + 2acx$$

২. $4x + 5y - 7z$ বর্গ নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(4x + 5y - 7z)^2 = (4x)^2 + (5y)^2 + (-7z)^2 + 2(4x)(5y) + 2(5y)(-7z) + 2(4x)(-7z)$$
$$= 16x^2 + 25y^2 + 49z^2 + 40xy - 70yz - 56xz$$

অনুশীলনী ৪.১

১। সূত্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর বর্গনির্ণয় কর :

(ক) $5a + 7b$ (খ) $6x + 3$ (গ) $7p - 2q$

(ঘ) $ax - by$ (ঙ) $x^3 + xy$ (চ) $11a - 12b$

(ছ) $6x^2y - 5xy^2$ (জ) $-x - y$ (ঝ) $-xyz - abc$

(ঞ) $a^2x^3 - b^2y^4$ (ট) 108 (ঠ) 606

(ড) 597 (ঢ) $a - b + c$ (ণ) $ax + b + 2$

(ত) $xy + yz - zx$ (থ) $3p + 2q - 5r$ (দ) $x^2 - y^2 - z^2$

tanbircox.blogspot.com

(ক) $5a + 7b$

সমাধান :

$5a + 7b$ এর বর্গ

$= (5a + 7b)^2$

$= (5a)^2 + 2 \times (5a) \times (7b) + (7b)^2$

$= 25a^2 + 70ab + 49b^2$

(খ) $6x + 3$

সমাধান :

$6x + 3$ এর বর্গ

$= (6x + 3)^2$

$= (6x)^2 + 2 \times (6x) \times (3) + (3)^2$

$= 36x^2 + 36x + 9$

(গ) $7p-2q$

সমাধান :

$7p-2q$ এর বর্গ

$=(7p-2q)^2$

$=(7p)^2-2\times(7p)\times(2q)+(2q)^2$

$=49p^2-28pq+4q^2$

(ঙ) x^3+xy

সমাধান :

x^3+xy এর বর্গ

$=(x^3+xy)^2$

$=(x^3)^2+2\times(x^3)\times(xy)+(xy)^2$

$=x^6+2x^4y+x^2y^2$

(ছ) $6x^2y-5xy^2$

সমাধান :

$6x^2y-5xy^2$ এর বর্গ

$=(6x^2y-5xy^2)^2$

$=(6x^2y)^2-2\times(6x^2y)\times(5xy^2)+(5xy^2)^2$

$=36x^4y^2-60x^3y^3+25x^2y^4$

(ঝ) $-xyz-acb$

সমাধান :

$-xyz-abc$ এর বর্গ

$=(-xyz-abc)^2$

$=\{-(xyz+abc)\}^2$

$=(xyz+abc)^2$

$=(xyz)^2+2\times(xyz)\times(abc)+(abc)^2$

$=x^2y^2z^2+2xyzabc+a^2b^2c^2$

(ঘ) $ax-by$

সমাধান :

$ax-by$ এর বর্গ

$=(ax-by)^2$

$=(ax)^2-2\times(ax)\times(by)+(by)^2$

$=a^2x^2-2abxy+b^2y^2$

(চ) $11a-12b$

সমাধান :

$11a-12b$ এর বর্গ

$=(11a-12b)^2$

$=(11a)^2-2\times(11a)\times(12b)+(12b)^2$

$=121a^2-264ab+144b^2$

(জ) $-x-y$

সমাধান :

$-x-y$ এর বর্গ

$=(-x-y)^2$

$=\{-(x+y)\}^2$

$=(x+y)^2$

$=y^2+2xy+y^2$

(ঞ) $a^2x^3-b^2y^4$

সমাধান :

$a^2x^3-b^2y^4$ এর বর্গ

$=(a^2x^3-b^2y^4)^2$

$=(a^2x^3)^2-2\times(a^2x^3)\times(b^2y^4)+(b^2y^4)^2$

$=a^4x^6-2a^2b^2x^3y^4+b^4y^8$

tanbircox.blogspot.com

(ট) 108

সমাধান :

108 এর বর্গ

$= (108)^2$

$= (100+8)^2$

$= (100)^2 + 2\times(100)\times(8) + (8)^2$

$= 10000 + 1600 + 64$

$= 11664$

(ড) 597

সমাধান :

597 এর বর্গ

$= (597)^2$

$= (600-3)^2$

$= (600)^2 - 2\times(600)\times(3) + (3)^2$

$= 360000 - 36000 + 9$

$= 360009 - 3600$

$= 356409$

(ণ) $ax + b + 2$

সমাধান :

$ax + b + 2$ এর বর্গ

$= (ax+b+2)^2$

$= \{(ax+b)+2\}^2$

$= (ax+b)^2 + 2\times(ax+b)\times(2) + (2)^2$

$= a^2x^2 + 2abx + b^2 + 4ax + 4b + 4$

$= a^2x^2 + b^2 + 2abx + 4b + 4ax + 4$

(ঠ) 606

সমাধান :

606 এর বর্গ

$= (606)^2$

$= (600+6)^2$

$= (600)^2 + 2\times(600)\times(6) + (6)^2$

$= 360000 + 7200 + 36$

$= 367236$

(ঢ) $a - b + c$

সমাধান :

$a - b + c$ এর বর্গ

$= (a-b+c)^2$

$= \{(a-b)+c\}^2$

$= (a-b)^2 + 2\times(a-b)\times(c) + (c)^2$

$= a^2 - 2ab + b^2 + 2ac - 2bc + c^2$

$= a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2bc + 2ac$

(ত) $xy + yz - zx$

সমাধান :

$xy + yz - zx$ এর বর্গ

$= (xy+yz-zx)^2$

$= \{xy + (yz-zx)\}^2$

$= (xy)^2 + 2\times(xy)\times(yz-zx) + (yz-zx)^2$

$= x^2y^2 + 2xy^2z - 2x^2yz + (yz)^2 - 2(yz)(zx) + (zx)^2$

$= x^2y^2 + y^2z^2 + z^2x^2 - 2x^2yz + 2xy^2z - 2xyz^2$

tanbircox.blogspot.com

(থ) $3p+2q-5r$

সমাধান :

$3p+2q-5r$ এর বর্গ

$=(3p+2q-5r)^2$

$=\{3p+(2q-5r)\}^2$

$=(3p)^2+2\times(3p)\times(2q-5r)+(2q-5r)^2$

$=9p^2+12pq-30qr+(2q)^2-2(2q)(5r)+(5r)^2$

$=9p^2+12pq-30qr+4q^2-20qr+5r^2$

$=9p^2++4q^2+5r^2+12pq-30qr-20qr$

(ধ) $7a^2+8b^2-5c^2$

সমাধান :

$7a^2+8b^2-5c^2$ এর বর্গ

$=(7a^2+8b^2-5c^2)^2$

$=\{7a^2+(8b^2-5c^2)\}^2$

$=(7a^2)^2+2(7a^2)(8b^2-5c^2)+(8b^2-5c^2)^2$

$=49a^4+112a^2b^2-70a^2c^2+(8b^2)^2-2(8b^2)(5c^2)+(5c^2)^2$

$=49a^4+112a^2b^2-70a^2c^2+64b^4-80b^2c^2+25c^4$

$=49a^4+64b^4+25c^4+112a^2b^2-80b^2c^2-70a^2c^2$

(দ) $x^2-y^2-z^2$

সমাধান :

$x^2-y^2-z^2$ এর বর্গ

$=(x^2-y^2-z^2)^2$

$=\{(x^2-y^2)-z^2\}^2$

$=(x^2-y^2)^2-2\times(x^2-y^2)\times(z^2)+(z^2)^2$

$=x^4-2x^2y^2+y^4-2x^2z^2+2x^2z^2+z^4$

$=x^4+y^4+z^4-2x^2y^2+2y^2z^2-2x^2z^2$

tanbircox.blogspot.com

২। সরল কর :

(ক) $(x+y)^2+2(x+y)(x-y)+(x-y)^2$

(খ) $(2a+3b)^2-2(2a+3b)(3b-a)+(3b-a)^2$

(গ) $(3x^2+7y^2)^2+2(3x^2+7y^2)(3x^2-7y^2)+(3x^2+7y^2)^2$

(ঘ) $(8x+y)^2-(16x+2y)(5x+y)+(5x+y)^2$

(ঙ) $(5x^2-3x-2)^2+(2+5x^2-3x)^2-2(5x^2-3x+2)(2+5x^2-3x)$

(ক) $(x+y)^2+2(x+y)(x-y)+(x-y)^2$

সমাধান :

ধরি, $x+y=a$

এবং $x-y=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^2+2ab+b^2$

$=(a+b)^2$

$=(x+y+x-y)^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$=(2x)^2$

$=4x^2$

(খ) $(2a+3b)^2-2(2a+3b)(3b-a)+(3b-a)^2$

সমাধান :

ধরি, $2a+3b=x$

এবং $3b-a=y$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=x^2-2xy+y^2$

$=(x-y)^2$

$=\{(2a+3b)-(3b-a)\}^2$ [x ও y এর মান বসিয়ে]

$=(2a+3b-3b+a)^2$

$=(3a)^2$

$=9a^2$

(গ) $(3x^2+7y^2)^2+2(3x^2+7y^2)(3x^2-7y^2)+(3x^2+7y^2)^2$

সমাধান :

$(3x^2+7y^2)^2+2(3x^2+7y^2)(3x^2-7y^2)+(3x^2+7y^2)^2$

$=\{(3x^2+7y^2)+(3x^2-7y^2)\}^2$

$=(3x^2+7y^2+3x^2-7y^2)^2$

$=(6x^2)^2$

$=36x^4$

tanbircox.blogspot.com

(ঘ) $(8x+y)^2-(16x+2y)(5x+y)+(5x+y)^2$

সমাধান :

$(8x+y)^2-(16x+2y)(5x+y)+(5x+y)^2$

$=(8x+y)^2-2(8x+y)(5x+y)+(5x+y)^2$

ধরি, $8x+y=a$

এবং $5x+y=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^2-2ab+b^2$

$=(a-b)^2$

$=\{(8x+y)-(5x+y)\}^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$=(8x+y-5x-y)^2$

$=(3x)^2$

$=9x^2$

(ঙ) $(5x^2-3x-2)^2+(2+5x^2-3x)^2-2(5x^2-3x+2)(2+5x^2-3x)^2$

সমাধান :

$(5x^2-3x-2)^2+(2+5x^2-3x)^2-2(5x^2-3x+2)(2+5x^2-3x)$

ধরি, $5x^2-3x-2=a$

এবং $2+5x^2-3x=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^2+b^2-2ab$

$=a^2-2ab+b^2$

$=(a-b)^2$

$=\{(5x^2-3x-2)-(2+5x^2-3x)\}^2$ [a ও b এর মান বসিয়ে]

$=(5x^2-3x-2-2-5x^2+3x)^2$

$=(-4)^2$

$=16$

tanbircox.blogspot.com

৩। সূত্র প্রয়োগ করে গুণফল নির্ণয় কর :

(ক) $(x+7)(x-7)$
(খ) $(5x+13)(5x-13)$
(গ) $(xy+yz)(xy-yz)$
(ঘ) $(ax+b)(ax-b)$
(ঙ) $(a+3)(a+4)$
(চ) $(ax+3)(ax+4)$
(ছ) $(6x+17)(6x-13)$
(জ) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)(a^4+b^4)$
(ঝ) $(ax-by+cz)(ax+by-cz)$
(ঞ) $(3a-10)(3a-5)$
(ট) $(5a+2b-3c)(5a+2b+3c)$
(ঠ) $(ax+by+5)(ax+by+3)$

(ক) $(x+7)(x-7)$

সমাধান :

$(x+7)(x-7)$

$=(x)^2-(7)^2$

$=x^2-49$

(খ) $(5x+13)(5x-13)$

সমাধান :

$(5x+13)(5x-13)$

$=(5x)^2-(13)^2$

$=25x^2-169$

(গ) $(xy+yz)(xy-yz)$

সমাধান :

$(xy+yz)(xy-yz)$

$=(xy)^2-(yz)^2$

$=x^2y^2-y^2z^2$

(ঘ) $(ax+b)(ax-b)$

সমাধান :

$(ax+b)(ax-b)$

$=(ax)^2-(b)^2$

$=a^2x^2-b^2$

(ঙ) $(a+3)(a+4)$

সমাধান :

$(a+3)(a+4)$

আমরা জানি,

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\therefore (a+3)(a+4)$

$=a^2+(3+4)a+(3)(4)$

$=a^2+7a+12$

(চ) $(ax+3)(ax+4)$

সমাধান :

$(ax+3)(ax+4)$

আমরা জানি,

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\therefore (ax+3)(ax+4)$

$=(ax)^2+(3+4)ax+(3)(4)$

$=a^2x^2+7ax+12$

tanbircox.blogspot.com

(ছ) $(6x+17)(6x-13)$

সমাধান :

$(6x+17)(6x-13)$

আমরা জানি,

$(x+a)(x-b)=x^2+(a-b)x-ab$

$\therefore (6x+17)(6x-13)$

$=(6x)^2+(17-13)6x-(17)(13)$

$=36x^2+4x-221$

(ঝ) $(ax-by+cz)(ax+by-cz)$

সমাধান :

$(ax-by+cz)(ax+by-cz)$

$=\{(ax)-(by-cz)\}\{(ax)+(by-cz)\}$

$=(ax)^2-(by-cz)^2$

$=a^2x^2-\{(by)^2-2(by)(cz)+(cz)^2\}$

$=a^2x^2-b^2y^2+2bcyz-c^2z^2$

(ট) $(5a+2b-3c)(5a+2b+3c)$

সমাধান :

$(5a+2b-3c)(5a+2b+3c)$

$=\{(5a+2b)-(3c)\}\{(5a+2b)+(3c)\}$

$=(5a+2b)^2-(3c)^2$

$=(5a)^2+2(5a)(2b)+(2b)^2-(3c)^2$

$=25a^2+20ab+4b^2-9c^2$

(জ) $(a^2+b^2)(a^2-b^2)(a^4+b^4)$

সমাধান :

$(a^2+b^2)(a^2-b^2)(a^4+b^4)$

$=\{(a^2)^2-(b^2)^2\}(a^4+b^4)$

$=(a^4-b^4)(a^4+b^4)$

$=(a^4)^2-(b^4)^2$

$=a^8-b^8$

(ঞ) $(3a-10)(3a-5)$

সমাধান :

$(3a-10)(3a-5)$

আমরা জানি,

$(x-a)(x-b)=x^2-(a+b)x+ab$

$\therefore (3a-10)(3a-5)$

$=(3a)^2-(10+5)3a+(10)(5)$

$=9a^2-(15)3a+50$

$=9a^2-45a+50$

(ঠ) $(ax+by+5)(ax+by+3)$

$=\{(ax+by)+(5)\}\{(ax+by)+(3)\}$

সমাধান :

$(ax+by+5)(ax+by+3)$

আমরা জানি,

$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$\therefore (ax+by)^2+(5+3)(ax+by)+(5)(3)$

$=(ax)^2+2(ax)(by)+(by)^2+8(ax+by)+1$

$=a^2x^2+2abxy+b^2y^2+8ax+8by)+15$

tanbircox.blogspot.com

৪। $a=4,\quad b=6$ এবং $c=3$ হলে $4a^2b^2-16ab^2c+16b^2c^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a=4,\quad b=6$

এবং $c=3$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=4a^2b^2-16ab^2c+16b^2c^2$

$=(2ab)^2-2\times 2ab\times 4bc+(4bc)^2$

$=(2ab-4bc)^2$

$=(2\times 4\times 6-4\times 6\times 3)^2$ [a, b ও c এর মান বসিয়ে]

$=(48-72)^2$

$=(-24)^2$

$=576$

৫। $x-\frac{1}{x}=3$ হলে, $x^2+\frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x-\frac{1}{x}=3$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=x^2+\frac{1}{x^2}$

$=\left(x-\frac{1}{x}\right)^2+2\times x\times\frac{1}{x}$

$=(3)^2+2$ $\left[\because x-\frac{1}{x}=3\right]$

$=9+2$

$=11$

নির্ণেয় মান 11.

tanbircox.blogspot.com

৬। $a+\frac{1}{a}=4$ হলে, $a^4+\frac{1}{a^4}$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a+\frac{1}{a}=4$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^4+\frac{1}{a^4}$

$=\left(a^2\right)^2+\left(\frac{1}{a^2}\right)^2$

$=\left(a^2+\frac{1}{a^2}\right)^2-2\times a^2\times\frac{1}{a^2}$

$=\left\{\left(a+\frac{1}{a}\right)^2-2\times a\times\frac{1}{a}\right\}^2-2$

$=\left\{(4)^2-2\right\}^2-2$ [মান বসিয়ে]

$=(16-2)^2-2$

$=(14)^2-2$

$=196-2$

$=194$

tanbircox.blogspot.com

৭। $m=6,\quad n=7$ হলে, $16(m^2+n^2)^2+56(m^2+n^2)(3m^2-2n^2)+49(3m^2-2n^2)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

ধরি, $m^2+n^2=a$

এবং $3m^2-2n^2=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=16(m^2+n^2)^2+56(m^2+n^2)(3m^2-2n^2)+49(3m^2-2n^2)^2$

$=16(a)^2+56(a)(b)+49(b)^2$

$=(4a)^2+2(4a)(7b)+(7b)^2$

$=(4a-7b)^2$

$=\{4(m^2+n^2)+7(3m^2-2n^2)\}^2$ [মান বসিয়ে]

$$= \{4m^2 + 4n^2 + 21m^2 - 14n^2\}^2$$
$$= \{25m^2 - 10n^2\}^2$$
$$= \{25 \times (6)^2 - 10 \times (7)^2)\}^2 \quad [\text{ m ও n এর মান বসিয়ে}]$$
$$= \{25 \times 36 - 10 \times 49\}^2$$
$$= \{900 - 490\}^2$$
$$= \{410\}^2$$
$$= 168100$$

৮। $a - \frac{1}{a} = m$ হলে, দেখাও যে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 4$

দেখাতে হবে যে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$

বামপক্ষ $= a^4 + \frac{1}{a^4}$

$$= \left(a^2\right)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2$$
$$= \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 \times a^2 \times \frac{1}{a^2}$$
$$= \left\{\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 + 2 \times a \times \frac{1}{a}\right\}^2 - 2$$
$$= \left\{(m)^2 + 2\right\}^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$
$$= (m^2 + 2)^2 - 2$$
$$= (m^2)^2 + 2 \times m^2 \times 2 + (2)^2 - 2$$
$$= m^4 + 4m^2 + 4 - 2$$
$$= m^4 + 4m^2 + 2$$

= ডানপক্ষ

tanbircox.blogspot.com

$\therefore a^4 + \frac{1}{a^4} = m^4 + 4m^2 + 2$ (দেখানো হলো)

৯। $x - \frac{1}{x} = 4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 4$

প্রমাণ করতে হবে যে, $x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$

বামপক্ষ $= x^2 + \frac{1}{x^2}$

$= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x}$

$= (4)^2 + 2$ [মান বসিয়ে]

$= 16 + 2$

$= 18$

= ডানপক্ষ

$\therefore x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 = 18$ (প্রমাণিত)

১০। $m + \frac{1}{m} = 2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $m + \frac{1}{m} = 2$

প্রমাণ করতে হবে যে, $m^4 + \frac{1}{m^4} = 2$

বামপক্ষ $= m^4 + \frac{1}{m^4}$

tanbircox.blogspot.com

$$= \left(m^2\right)^2 + \left(\frac{1}{m^2}\right)^2$$

$$= \left(m^2 + \frac{1}{m^2}\right)^2 - 2 \times m^2 \times \frac{1}{m^2}$$

$$= \left\{\left(m + \frac{1}{m}\right)^2 - 2 \times m \times \frac{1}{m}\right\}^2 - 2$$

$$= \left\{(2)^2 - 2\right\}^2 - 2 \qquad \text{[মান বসিয়ে]}$$

$$= (4-2)^2 - 2$$

$$= (2)^2 - 2$$

$$= 4 - 2$$

$$= 2$$

= ডানপক্ষ

$$\therefore m^4 + \frac{1}{m^4} = 2 \quad \text{(প্রমাণিত)}$$

১১। $x + y = 12$ এবং $xy = 27$ হলে, $(x-y)^2$ ও $x^2 + y^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x + y = 12$

এবং $xy = 27$

প্রথম রাশি $= (x-y)^2$

$$= (x+y)^2 - 4xy$$

$$= (12)^2 - 4 \times 27$$

$$= 144 - 108$$

$$= 36$$

এবং $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$

$$= (12)^2 - 2 \times 27$$

$$= 144 - 54$$

$$= 90$$

tanbircox.blogspot.com

১২। $a+b=13$ এবং $a-b=3$ হলে, $2a^2+2b^2$ ও ab এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a+b=13$

এবং $a-b=3$

প্রথম রাশি $=2a^2+2b^2$

$=2(a^2+b^2)$

$=(a+b)^2+(a-b)^2$

$=(13)^2-(3)$

$=169+9$

$=178$

এবং $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$=\left(\frac{13}{2}\right)^2-\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$=\frac{169}{4}-\frac{9}{4}$

$=\frac{169-9}{4}$

$=\frac{160}{4}$

$=40$

১৩। দুইটি রাশির বর্গের অন্তর রূপে প্রকাশ কর :

(ক) $(5p-3q)(p+7q)$ (খ) $(6a+9b)(7b-8a)$

(গ) $(3x+5y)(7x-5y)$ (ঘ) $(5x+13)(5x-13)$

tanbircox.blogspot.com

(ক) $(5p-3q)(p+7q)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\therefore (5p-3q)(p+7q)=\left\{\frac{(5p-3q)+(p+7q)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(5p-3q)-(p+7q)}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{5p-3q+p+7q}{2}\right\}^2-\left\{\frac{5p-3q-p-7q}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{6p+4q}{2}\right\}^2-\left\{\frac{4p-10q}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{2(3p+2q)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{2(2p-5q)}{2}\right\}^2$$

$$=(3p+2q)^2-(2p-5q)^2$$

(খ) $(6a+9b)(7b-8a)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\therefore (6a+9b)(7b-8a)=\left\{\frac{(6a+9b)+(7b-8a)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(6a+9b)-(7b-8a)}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{6a+9b+7b-8a}{2}\right\}^2-\left\{\frac{6a+9b-7b+8a}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{16b-2a}{2}\right\}^2-\left\{\frac{14a+2b}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{2(8b-a)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{2(7a+b)}{2}\right\}^2$$

$$=(8b-a)^2-(7a+b)^2$$

tanbircox.blogspot.com

(গ) $(3x+5y)(7x-5y)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\therefore (3x+5y)(7x-5y)=\left\{\frac{(3x+5y)+(7x-5y)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(3x+5y)-(7x-5y)}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{3x+5y+7x-5y}{2}\right\}^2-\left\{\frac{3x+5y-7x+5y}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{10x}{2}\right\}^2-\left\{\frac{-2x+10y}{2}\right\}^2$$

$$=(5x)^2-\left\{\frac{-2(x-5y)}{2}\right\}^2$$

$$=(5x)^2-(x-5y)^2$$

(ঘ) $(5x+13)(5x-13)$

সমাধান :

আমরা জানি, $ab=\left(\frac{a+b}{2}\right)^2-\left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

$$\therefore (5x+13)(5x-13)=\left\{\frac{(5x+13)+(5x-13)}{2}\right\}^2-\left\{\frac{(5x+13)-(5x-13)}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{5x+13+5x-13}{2}\right\}^2-\left\{\frac{5x+13-5x+13}{2}\right\}^2$$

$$=\left\{\frac{10x}{2}\right\}^2-\left\{\frac{26}{2}\right\}^2$$

$$=(5x)^2-(13)^2$$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

চতুর্থ 4.2 ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

ঘনফলের সূত্রাবলি ও অনুসিদ্ধান্ত

সূত্র : $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

অনুসিদ্ধান্ত : $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

সূত্র : $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

অনুসিদ্ধান্ত : $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$

উদাহরণ ১৬। $3x+2y$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(3x+2y)^3 &= (3x)^3 + 3\times(3x)^2\times 2y + 3\times(3x)\times(2y)^2 + (2y)^3\\ &= 27x^3 + 3\times 9x^2\times 2y + 3\times 3x\times 4y^2 + 8y^3\\ &= 27x^3 + 54x^2y + 36xy^2 + 8y^3\end{aligned}$$

উদাহরণ ১৭। $2a+5b$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(2a+5b)^3 &= (2a)^3 + 3\times(2a)^2\times 5b + 3\times(2a)\times(5b)^2 + (5b)^3\\ &= 8a^3 + 3\times 4a^2\times 5b + 3\times 2a\times 25b^2 + 125b^3\\ &= 8a^3 + 60a^2b + 150ab^2 + 125b^3\end{aligned}$$

উদাহরণ ১৮। $m-2n$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(m-2n)^3 &= (m)^3 - 3\times(m)^2\times 2n + 3\times m\times(2n)^2 - (2n)^3\\ &= m^3 - 3m^2\times 2n + 3m\times 4n^2 - 8n^3\\ &= m^3 - 6m^2n + 12mn^2 - 8n^3\end{aligned}$$

উদাহরণ ১৯। $4x-5y$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$\begin{aligned}(4x-5y)^3 &= (4x)^3 - 3\times(4x)^2\times 5y + 3\times m\times(5y)^2 - (5y)^3\\ &= 64x^3 - 3\times 16x^2\times 5y + 3\times 4x\times 25y^2 - 125y^3\\ &= 64x^3 - 240x^2y + 300xy^2 - 125y^3\end{aligned}$$

www.facebook.com/tanbir.cox www.tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ২০। $x+y-z$ এর ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

$$(x+y-z) = \{(x+y)-z\}^3$$
$$= (x+y)^3 - 3\times(x+y)^2\times z + 3\times(x+y)\times(z)^2 - (z)^3$$
$$= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3-3z(x^2+2xy+y^2)+3xz^2+3yz^2-z^3$$
$$= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3-3x^2z-6xyz-3y^2z+3xz^2+3yz^2-z^3$$
$$= x^3+y^3-z^3+3x^2y+3xy^2-3x^2z-3y^2z+3xz^2+3yz^2-6xyz$$

কাজ : সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর :

১। $ab+bc$ ২। $2x-5y$ ৩। $2x-3y-z$

১। $ab+bc$

সমাধান :

$$(ab+bc)^3$$
$$= (ab)^3+3(ab)^2+3ab(bc)^2+(bc)^3$$
$$= a^3b^3+3a^2b^2bc+3abb^2c^2+b^3c^3$$
$$= a^3b^3+b^3c^3+3a^2b^3c+3ab^3c^2$$

২। $2x-5y$

সমাধান :

$$(2x-5y)^3$$
$$= (2x)^3-3\times(2x)^2\times5y+3\times2x\times(5y)^2-(5y)^3$$
$$= 8x^3-15y\times4x^2\times+6x\times25y^2-125y^3$$
$$= 8x^3-60x^2y+150xy^2-125y^3$$

tanbircox.blogspot.com

৩। $2x-3y-z$

সমাধান :

$(2x-3y-z)^3$

$=\{(2x-3y)-z)\}^3$

$=(2x-3y)^3-3(2x-3y)^2.z+3.(2x-3y).z^2-(z)^3$

$=(2x)^3-3(2x)^2.3y+3.2x.(3y)^2-(3y)^3-3z\{(2x)^2-2(2x)(3y)+(3y)^2\}+3z^2(2x-3y)-z^3$

$=8x^3-36yx^2+54xy^2-27y^3-12x^2z+36xyz-27y^2z+6xz^2-9yz^2-z^3$

$=8x^3-27y^3-z^3-36x^2y-12x^2z+54xy^2-27y^2z+6xz^2-9yz^2+36xyz$

উদাহরণ ২১। সরল কর :

$(4m+2n)^3+3(4m+2n)^2(m-2n)+3(4m+2n)(m-2n)^2+(m-2n)^3$

সমাধান :

ধরি, $4m+2n=a$ এবং $m-2n=b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$=(a+b)^3$

$=(4m+2n+m-2n)^3$

$=(5m)^3$

$=125m^3$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ২২। সরল কর :

$(4a-8b)^3-(3a-9b)^3-3(a+b)(4a-8b)(3a-9b)$

সমাধান :

ধরি, $4a-8b=x$ এবং $3a-9b=y$

$\therefore\ x-y=(4a-8b)-(3a-9b)$

$=4a-8b-3a+9b$

$=a+b$

এখন প্রদত্ত রাশি $=x^3-y^3-3(x-y)xy$

$=x^3-y^3-3xy(x-y)$

$=(x-y)^3$

$=(a+b)^3$

$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

উদাহরণ ২৩। $a+b=3$ এবং $ab=2$ হলে, a^3+b^3 এর মান নির্ণয় কর :

সমাধান :

$$\begin{aligned} a^3+b^3 &= (a+b)^3-3ab(a+b) \\ &= (3)^3-3\times 2\times 3 \\ &= 27-18 \\ &= 9 \end{aligned}$$

উদাহরণ ২৪। $x-y=10$ এবং $xy=30$ হলে, x^3-y^3 এর মান নির্ণয় কর :

সমাধান :

$$\begin{aligned} x^3-y^3 &= (x-y)^3+3xy(x-y) \\ &= (10)^3+3\times 30\times 10 \\ &= 1000+900 \\ &= 1900 \end{aligned}$$

উদাহরণ ২৫। $x+y=4$ হলে, x^3+y^3+12xy এর মান নির্ণয় কর :

সমাধান :

$$\begin{aligned} x^3+y^3+12xy &= x^3+y^3+3\times 4\times xy \\ &= x^3+y^3+3\times (x+y)\times xy \\ &= x^3+y^3+3xy(x+y) \\ &= x^3+y^3+3xy(x+y) \\ &= (x+y)^3 \\ &= (4)^3 \\ &= 64 \end{aligned}$$

উদাহরণ ২৬। $a+\frac{1}{a}=7$ হলে, $a^3+\frac{1}{a^3}$ এর মান নির্ণয় কর :

সমাধান :

$$\begin{aligned} a^3+\frac{1}{a^3} &= a^3+\left(\frac{1}{a}\right)^3 \\ &= (a+\frac{1}{a})^3-3\times a\times \frac{1}{a}(a+\frac{1}{a}) \\ &= (7)^3-3\times (7) \\ &= 343-21=322 \end{aligned}$$

উদাহরণ ২৭। $m = 2$ হলে, $27m^3 + 54m^2 + 36m + 3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $= (3m)^3 + 3\times(3m)\times 2 + 3\times(3m)\times(2)^2 + (2)^3 - 5$

$= (3m+2)^3 - 5$

$= (3\times 2+2)^3 - 5$ [m এর মান বসিয়ে]

$= (8)^3 - 5$

$= 512 - 5$

$= 507$

কাজ : ১। সরল কর : $(7x-6)^3 - (5x-6)^3 - 6x(7x-6)(5x-6)$

২। $a+b=10$ এবং $ab=21$ হলে, a^3+b^3 এর মান নির্ণয় কর।

৩। $a+\frac{1}{a}=3$ হলে, দেখাও যে, $a^3+\frac{1}{a^3}=18$

tanbircox.blogspot.com

১। $(7x-6)^3 - (5x-6)^3 - 6x(7x-6)(5x-6)$

সমাধান :

ধরি, $7x-6=a$

এবং $5x-6=b$

$\therefore a-b = 7x-6-5x+6$

$= 2x$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 - b^3 - 3(a-b)ab$

$= a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$

$= (a-b)^3$

$= (2x)^3$

$= 8x^3$

২। $a+b=10$ এবং $ab=21$ হলে, a^3+b^3 এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a+b=10$

এবং $ab=21$

এখন, $a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)$

$=(10)^3-3\times 21\times(10)$

$=1000-630$

$=370$

নির্ণেয় মান **370**.

৩। $a+\frac{1}{a}=3$ হলে, দেখাও যে, $a^3+\frac{1}{a^3}=18$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$a+\frac{1}{a}=3$

বা, $\left(a+\frac{1}{a}\right)^3=(3)^3$ [ঘন করে]

বা, $a^3+\left(\frac{1}{a}\right)^3+3.a.\frac{1}{a}\left(a+\frac{1}{a}\right)=27$

বা, $a^3+\frac{1}{a^3}+3(3)=27$ [$\because a+\frac{1}{a}=3$]

বা, $a^3+\frac{1}{a^3}=27-9$

বা, $a^3+\frac{1}{a^3}=18$

$\therefore a^3+\frac{1}{a^3}=18$ (দেখানো হলো)

tanbircox.blogspot.com

ঘনফলের আরো দুইটি সূত্রাবলি

সূত্র : $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

সূত্র : $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

উদাহরণ ২৮। $27x^4+8xy^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

$27x^4+8xy^3$

$=x(27x^3+8y^3)$

$=x\{(3x)^3+(2y)^3\}$

$=x(3x+2y)\{(3x)^2-(3x)\times(2y)+(2y)^2\}$

$=x(3x+2y)(9x^2-6xy+4y^2)$

উদাহরণ ২৯। $24x^3-81y^3$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

$24x^3-81y^3$

$=3(8x^3-27y^3)$

$=3\{(2x)^3-(3y)^3\}$

$=3(2x-3y)\{(2x)^2+(2x)\times(3y)+(3y)^2\}$

$=3(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

উদাহরণ ৩০। সূত্রের সাহায্যে $(x+2)$ ও x^4-2x^2+4 এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$(x^2+2)(x^4-2x^2+4)$

$=(x^2+2)\{(x^2)^2-x^2\times2+(2)^2\}$

$=(x^2)^3+(2)^3$

$=x^6+8$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৩১। সূত্রের সাহায্যে $(4a-5b)$ ও $16a^2+20ab+25b^2$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$(4a-5b)(16a^2+20ab+25b^2)$

$=(4a-5b)\{(4a)^2+4a\times 5b+(5b)^2\}$

$=(4a)^3-(5b)^3$

$=64a^3-125b^3$

কাজ : ১। সূত্রের সাহায্যে $2a+3b$ ও $4a^2-6ab+9b^2$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

২। $27a^3-8$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১। সূত্রের সাহায্যে $2a+3b$ ও $4a^2-6ab+9b^2$ এর গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান :

$(2a+3b)(4a^2-6ab+9b^2)$

$=(2a+3b)\{(2a)^2-(2a)(3b)+(3b)^2\}$

$=(2a)^3+(3b)^3$

$=8a^3+27b^3$

নির্ণেয় গুণফল $8a^3+27b^3$

২। $27a^3-8$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $=27a^3-8$

$=(3a)^3-(2)^3$

$=(3a-2)\{(3a)^2+3a.2+(2)^2\}$

$=(3a-2)(9a^2+6a+4)$

tanbircox.blogspot.com

অনুশীলনী ৪.২

১। সূত্রের সাহায্যে নিচের রাশিগুলোর ঘন নির্ণয় কর :

(ক) $3x+y$ (খ) x^2+y (গ) $5p+2q$ (ঘ) a^2b+c^2d (ঙ) $6p-7$

(চ) $ax-by$ (ছ) $2p^2-3r^2$ (জ) x^3+2 (ঝ) $2m+3n-5p$

(ঞ) $x^2-y^2+z^2$ (ট) $a^2b^2-c^2d^2$ (ঠ) a^2b-b^3c (ড) x^3-2y^3

(ঢ) $11a-12b$ (ণ) x^3+y^3

(ক) $3x+y$

সমাধান :

$$(3x+y)^3=(3x)^3+3\times(3x)^2\times y+3\times(3x)\times(y)^2+(y)^3$$
$$=27x^3+3\times9x^2\times y+3\times3x\times y^2+y^3$$
$$=27x^3+27x^2y+9xy^2+y^3$$

(খ) x^2+y

সমাধান :

$$(x^2+y)^3=(x^2)^3+3\times(x^2)^2\times y+3\times(x^2)\times(y)^2+(y)^3$$
$$=x^6+3\times x^4\times y+3\times x^2\times y^2+y^3$$
$$=x^6+3x^4y+3x^2y^2+y^3$$

(গ) $5p+2q$

সমাধান :

$$(5p+2q)^3=(5p)^3+3\times(5p)^2\times2q+3\times(5p)\times(2q)^2+(2q)^3$$
$$=125p^3+3\times25p^2\times2q+3\times5p\times4q^2+8q^3$$
$$=125p^3+150p^2q+60pq^2+8q^3$$

(ঘ) a^2b+c^2d

সমাধান :

$$(a^2b+c^2d)^3=(a^2b)^3+3\times(a^2b)^2\times c^2d+3\times(a^2b)\times(c^2d)^2+(c^2d)^3$$
$$=a^6b^3+3\times a^4b^2\times c^2d+3\times a^2b\times c^4d^2+c^6d^3$$
$$=a^6b^3+3a^4b^2c^2d+3a^2bc^4d^2+c^6d^3$$

(ঙ) $6p-7$

সমাধান :

$$(6p-7)^3=(6p)^3-3\times(6p)^2\times7+3\times(6p)\times(7)^2-(7)^3$$
$$=216p^3-3\times36p^2\times7+3\times6p\times49-343$$
$$=216p^3-756p^2q+882pq^2-343$$

(চ) $ax-by$

সমাধান :

$$(ax-by)^3=(ax)^3-3\times(ax)^2\times by+3\times(ax)\times(by)^2-(by)^3$$
$$=a^3x^3-3\times a^2x^2\times by+3\times ax\times b^2y^2-b^3y^3$$
$$=a^3x^3-3a^2bx^2y+3ab^2xy^2-b^3y^3$$

(ছ) $2p^2-3r^2$

সমাধান :

$$(2p^2-3r^2)^3=(2p^2)^3-3\times(2p^2)^2\times3r^2+3\times(2p^2)\times(3r^2)^2-(3r^2)^3$$
$$=8p^6-3\times4p^4\times3r^2+3\times2p^2\times9r^4-27r^6$$
$$=8p^6-36p^4r^2+54p^2r^4-27r^6$$

(জ) x^3+2

সমাধান :

$$(x^3+2)^3=(x^3)^3+3\times(x^3)^2\times2+3\times(x^3)\times(2)^2+(2)^3$$
$$=x^9+3\times x^6\times2+3\times x^3\times4+8$$
$$=x^9+6x^6+12x^3+8$$

(ঝ) $2m+3n-5p$

সমাধান :

$$(2m+3n-5p)^3$$
$$=\{(2m+3n)-(5p)\}^3$$
$$=(2m+3n)^3-3\times(2m+3n)^2\times(5p)+3\times(2m+3n)\times(5p)^2-(5p)^3$$
$$=\{(2m)^3+3\times(2m)^2\times3n+3\times(2m)\times(3n)^2+(3n)^3\}$$
$$-15p\times\{(2m)^2+2\times2m\times3n+(3n)^2\}+3\times(2m+3n)\times25p^2-125p^3$$

$$= 8m^3 + 9n \times 4m^2 + 6m \times 9n^2 + 27n^3 - 15p \times \{4m^2 - 12mn + 9n^2\}$$
$$+ 75p^2 \times (2m + 3n) - 125p^3$$
$$= 8m^3 + 36nm^2 + 54mn^2 + 27n^3 - 60pm^2 + 180mnp - 135n^2p$$
$$+ 150mp^2 + 225np^2 - 125p^2$$
$$= 8m^3 + 27n^3 - 125p^3 + 36nm^2 - 60pm^2 + 54mn^2 + 150mp^2 - 135n^2p + 225p^2 - 180mnp$$

(ঞ) $x^2 - y^2 + z^2$

সমাধান :

$$(x^2 - y^2 + z^2)^3$$
$$= \{(x^2 - y^2) + (z^2)\}^3$$
$$= (x^2 - y^2)^3 + 3(x^2 - y^2)^2 z^2 + 3(x^2 - y^2)(z^2)^2 + (z^2)^3$$
$$= \{(x^2)^3 - 3(x^2)^2 y^2 + 3x^2(y^2)^2 - (y^2)^3\} + +3(x^2 - y^2)^2 z^2 + 3(x^2 - y^2)(z^2)^2 + (z^2)^3$$
$$= x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6 + 3z^2\{(x^2)^2 - 2x^2y^2 + (y^2)^2\} + 3z^4(x^2 - y^2) + z^6$$
$$= x^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 - y^6 + 3x^4z^2 - 6x^2y^2z^2 + 3y^6z^2 + 3z^4x^2 - 3z^4y^2 + z^6$$
$$= x^6 - y^6 + z^6 - 3x^4y^2 + 3x^2y^4 + 3x^4z^2 - 6x^2y^2z^2 + 3y^6z^2 + 3x^2z^4 - 3y^2z^4$$

(ট) $a^2b^2 - c^2d^2$

সমাধান :

$$(a^2b^2 - c^2d^2)^3 = (a^2b^2)^3 - 3 \times (a^2b^2)^2 \times c^2d^2 + 3 \times (a^2b^2) \times (c^2d^2)^2 - (c^2d^2)^3$$
$$= a^6b^6 - 3a^4b^4c^2d^2 + 3a^2b^2c^4d^4 - c^6d^6$$

(ঠ) $a^2b - b^3c$

সমাধান :

$$(a^2b - b^3c)^3 = (a^2b)^3 - 3 \times (a^2b)^2 \times b^3c + 3 \times (a^2b) \times (b^3c)^2 - (b^3c)^3$$
$$= a^6b^3 - 3a^4b^2b^3c + 3a^2bb^6c^2 - b^9c^3$$
$$= a^6b^3 - 3a^4b^5c + 3a^2b^7c^2 - b^9c^3$$

tanbircox.blogspot.com

(ড) $x^3 - 2y^3$

সমাধান :

$$(x^3 - 2y^3)^3 = (x^3)^3 - 3\times(x^3)^2 \times 2y^3 + 3\times(x^3)\times(2y^3)^2 - (2y^3)^3$$
$$= x^9 - 6x^6y^3 + 12x^3y^6 - 8y^9$$

(ঢ) $11a - 12b$

সমাধান :

$$(11a - 12b)^3 = (11a)^3 - 3\times(11a)^2 \times 12b + 3\times(11a)\times(12b)^2 - (12b)^3$$
$$= 1331a^3 - 4356a^2 + 4752ab^2 - 1728b^3$$

(ণ) $x^3 + y^3$

সমাধান :

$$(x^3 + y^3)^3 = (x^3)^3 + 3\times(x^3)^2 \times y^3 + 3\times(x^3)\times(y^3)^2 + (y^3)^3$$
$$= x^9 + 3x^6y^3 + 3x^3y^6 + y^9$$

২। সরল কর :

(ক) $(3x+y)^3 + 3(3x+y)^2(3x-y) + 3(3x+y)(3x-y)^2 + (3x-y)^3$

(খ) $(2p+5q)^3 + 3(2p+5q)^2(5q-2p) + 3(2p+5q)(5q-2p)^2 + (5q-2p)^3$

(গ) $(x+2y)^3 - 3(x+2y)^2(x-2y) + 3(x+2y)(x-2y)^2 - (x-2y)^3$

(ঘ) $(6m+2)^3 - 3(6m+2)^2(6m-4) + 3(6m+2)(6m-4)^2 + (6m-4)^3$

(ঙ) $(x-y)^3 + (x+y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$

(ক) $(3x+y)^3 + 3(3x+y)^2(3x-y) + 3(3x+y)(3x-y)^2 + (3x-y)^3$

সমাধান :

ধরি, $3x + y = a$

এবং $3x - y = b$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$$= (a+b)^3$$
$$= (3x + y + 3x - y)^3$$
$$= (6x)^3$$
$$= 216x^3$$

(খ) $(2p+5q)^3+3(2p+5q)^2(5q-2p)+3(2p+5q)(5q-2p)^2+(5q-2p)^3$

সমাধান :

ধরি, $2p+5q=a$

এবং $5q-2p=b$

$\therefore a+b=2p+5q+5q-2p$

$=10q$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$=(a+b)^3$

$=(10q)^3$

$=1000q^3$

(গ) $(x+2y)^3-3(x+2y)^2(x-2y)+3(x+2y)(x-2y)^2-(x-2y)^3$

সমাধান :

ধরি, $x+2y=a$

এবং $x-2y=b$

$\therefore a-b=(x+2y)-(x-2y)$

$=x+2y-x+2y$

$=4y$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

$=(a-b)^3$

$=(4y)^3$

$=64y^3$

(ঘ) $(6m+2)^3-3(6m+2)^2(6m-4)+3(6m+2)(6m-4)^2+(6m-4)^3$

সমাধান :

ধরি, $6m+2=a$

এবং $6m-4=b$

$\therefore a-b=(6m+2)-(6m-4)$

$=6m+2-6m+4$

$=6$

tanbircox.blogspot.com

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$= (a-b)^3$

$= (6)^3$

$= 216$

(ঙ) $(x-y)^3 + (x+y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$

সমাধান :

$(x-y)^3 + (x+y)^3 + 6x(x^2 - y^2)$

$= (x-y)^3 + (x+y)^3 + 3 \times 2x \times (x-y)(x+y)$

ধরি, $x - y = a$

এবং $x + y = b$

$\therefore a + b = x - y + x - y$

$= 2x$

$= 6$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= (x-y)^3 + (x+y)^3 + 3 \times 2x \times (x-y)(x+y)$

$= a^3 + b^3 + 3(a+b)ab$

$= a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$

$= (a+b)^3$

$= (2x)^3$

$= 8x^3$

৩। $a + b = 8$ এবং $ab = 15$ হলে, $a^3 + b^3$ এর মান কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a + b = 8$

এবং $ab = 15$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $= a^3 + b^3$

$= (a+b)^3 - 3ab(a+b)$

$= (8)^3 - 3 \times 15 \times 8$

$= 512 - 360$

$= 152$

tanbircox.blogspot.com

৪। $x+y=2$ হলে, দেখাও যে, $x^3+y^3+6xy=8$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x+y=2$

দেখাতে হবে যে, $x^3+y^3+6xy=8$

বামপক্ষ x^3+y^3+6xy

$=x^3+y^3+3xy.2$

$=x^3+y^3+3xy(x+y)$ $[\because 2=x+y]$

$=(x+y)^3$

$=(2)^3$

$=8$

= ডানপক্ষ

$\therefore x^3+y^3+6xy=8$ (দেখানো হলো)

৫। $2x+3y=13$ এবং $xy=6$ হলে, $8x^3+27y^3$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $2x+3y=13$

এবং $xy=6$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=8x^3+27y^3$

$=(2x)^3+(3y)^3$

$=(2x+3y)^3-3\times 2x\times 3y\times(2x+3y)$

$=(13)^3-18xy(13)$

$=(13)^3-18\times 6\times 13$

$=2197-1404$

$=793$

নির্ণেয় মান 793.

tanbircox.blogspot.com

৬। $p-q=5$, $pq=3$ হলে, p^3-q^3 এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $p-q=5$

এবং $pq=3$

∴ প্রদত্ত রাশি $= p^3-q^3$

$=(p-q)^3+3pq(p-q)$

$=(5)^3+3\times3\times(5)$

$=125+45$

$=170$

নির্ণেয় মান 170.

৭। $x-2y=3$ হলে, x^3-8y^3-18xy এর মান নির্ণয় কর?

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x-2y=3$

∴ প্রদত্ত রাশি $= x^3-8y^3-18xy$

$=(x)^3-(2y)^3-3\times(x)\times(2y)\times3$

$=(x)^3-(2y)^3-3\times x\times(2y)(x-2y)$ $[\because 3=x-2y]$

$=(x-2y)^3$

$=(3)^3$

$=27$

নির্ণেয় মান 27.

৮। $4x-3=5$ হলে, প্রমাণ কর যে, $64x^3-27-180x=125$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $4x-3=5$

প্রমাণ করতে হবে যে, $64x^3-27-180x=125$

বামপক্ষ $64x^3-27-180x$

$=(4x)^3-(3)^3-180x$

$=(4x-3)^3+3.4x.3(4x-3)-180x$

$=(5)^3+36x.(5)-180x$

$= 125 + 180x - 180x$

$= 125$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রামাণিত)

৯। $a = -3$ এবং $b = 2$ হলে, $8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$ এর মান নির্ণয় কর

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a = -3$

এবং $b = 2$

∴ প্রদত্ত রাশি $= 8a^3 + 36a^2b + 54ab^2 + 27b^3$

$= (2a)^3 + 3.(2a)^2.3b + 3.2a.(3b)^2 + (3b)^3$

$= (2a + 3b)^3$

$= \{2(-3) + 3(2)\}^3$

$= (-6 + 6)^3$

$= (0)^3$

$= 0$

নির্ণেয় মান 0.

১০। $a = 7$ হলে, $a^3 + 6a^2 + 12a + 1$ এর মান নির্ণয় কর

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a = 7$

∴ প্রদত্ত রাশি $= a^3 + 6a^2 + 12a + 1$

$= (a)^3 + 3.(a)^2.2 + 3.a.(2)^2 + (2)^3 - 7$

$= (a + 2)^3 - 7$

$= \{7 + 2\}^3 - 7$

$= (9)^3 - 7$

$= 729 - 7$

$= 722$

নির্ণেয় মান 722.

tanbircox.blogspot.com

১১। $x=5$ হলে, $x^3-12x+48x-64$ এর মান নির্ণয় কর

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a=5$

$\therefore$ প্রদত্ত রাশি $=x^3-12x+48x-64$

$=(x)^3-3.(x)^2.4+3.x.(4)^2-(4)^3$

$=(x-4)^3$

$=\{5-4\}^3$

$=(1)^3$

$=1$

নির্ণেয় মান 1.

১২। $a^2+b^2=c^2$ হলে, প্রমাণ কর যে, $a^6+b^6+3a^2b^2c^2=c^6$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a^2+b^2=c^2$

প্রমাণ করতে হবে যে, $a^6+b^6+3a^2b^2c^2=c^6$

বামপক্ষ $=a^6+b^6+3a^2b^2c^2$

$=(a^2)^3+(b^2)^3+3a^2b^2c^2$

$=(a^2+b^2)^3-3a^2.b^2(a^2+b^2)+3a^2b^2c^2$

$=(c^2)^3-3a^2.b^2(c^2)+3a^2b^2c^2$

$=c^6$

= ডানপক্ষ

$\therefore$ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রামাণিত)

১৩। $x+\frac{1}{x}=4$ হলে, প্রমাণ কর যে, $x^3+\frac{1}{x^3}=52$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x+\frac{1}{x}=4$

প্রমাণ করতে হবে যে, $x^3+\frac{1}{x^3}=52$

tanbircox.blogspot.com

বামপক্ষ $= x^3 + \frac{1}{x^3}$

$= (x)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3$

$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x\frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

$= (4)^3 - 3(4)$

$= 64 - 12$

$= 52$

= ডানপক্ষ

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ (প্রামাণিত)

১৪। $a - \frac{1}{a} = 5$ হলে, $a^3 - \frac{1}{a^3}$ এর মান কত?

সমাধান :

দেওয়া আছে, $a - \frac{1}{a} = 4$

প্রদত্ত রাশি $= a^3 - \frac{1}{a^3}$

$= (a)^3 - \left(\frac{1}{a}\right)^3$

$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3a\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$

$= (5)^3 + 3(5)$

$= 125 + 15$

$= 140$

নির্ণেয় মান 140.

tanbircox.blogspot.com

১৫। সূত্রের সাহায্যে গুণফল নির্ণয় কর :

(ক) $(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$ (খ) $(ax-by)(a^2x^2+abxy+b^2y^2)$

(গ) $(2ab^2-1)(4a^2b^4+2ab^2+1)$ (ঘ) $(x^2+a)(x^4-ax^2+a^2)$

(ঙ) $(7a+4b)(49a^2-28ab+16b^2)$ (চ) $(2a-1)(4a^2+2a+1)(8a^3+1)$

(ছ) $(x+a)(x^2-ax+a^2)(x-a)(x^2+ax+a^2)$

(জ) $(5a+3b)(25a^2-15ab+9b^2)(125a^3-27b^3)$

(ক) $(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$

সমাধান :

$(a^2+b^2)(a^4-a^2b^2+b^4)$

$=(a^2+b^2)\{(a^2)^2-a^2b^2+(b^2)^2\}$

$=(a^2)^3+(b^2)^3$

$=a^6+b^6$

(খ) $(ax-by)(a^2x^2+abxy+b^2y^2)$

সমাধান :

$(ax-by)(a^2x^2+abxy+b^2y^2)$

$=(ax-by)\{(ax)^2+abxy+(by)^2\}$

$=(ax)^2+(by)^2$

$=a^2x^2+b^2y^2$

(গ) $(2ab^2-1)(4a^2b^4+2ab^2+1)$

সমাধান :

$(2ab^2-1)(4a^2b^4+2ab^2+1)$

$=(2ab^2-1)\{(2ab^2)^2+2ab^2.1+(1)^2\}$

$=(2ab^2)^3-(1)^3$

$=8a^3b^6-1$

tanbircox.blogspot.com

(ঘ) $(x^2+a)(x^4-ax^2+a^2)$

সমাধান :

$(x^2+a)(x^4-ax^2+a^2)$

$=(x^2+a)\{(x^2)^2-x^2.a+(a)^2\}$

$=(x^2)^3+(a)^3$

$=x^6+a^3$

(ঙ) $(7a+4b)(49a^2-28ab+16b^2)$

সমাধান :

$(7a+4b)(49a^2-28ab+16b^2)$

$=(7a+4b)\{(7a)^2-7a\times 4b+(4b)^2\}$

$=(7a)^3+(4b)^3$

$=343a^3+64b^3$

(চ) $(2a-1)(4a^2+2a+1)(8a^3+1)$

সমাধান :

$(2a-1)(4a^2+2a+1)(8a^3+1)$

$=(2a-1)\{(2a)^2+2a\times 1+(1)^2\}(8a^3+1)$

$=\{(2a)^3-(1)^3\}(8a^3+1)$

$=(8a^3-1)(8a^3+1)$

$=(8a^3)^2-(1)^2$

$=64a^6-1$

(ছ) $(x+a)(x^2-ax+a^2)(x-a)(x^2+ax+a^2)$

সমাধান :

$(x+a)(x^2-ax+a^2)(x-a)(x^2+ax+a^2)$

$=(x^3+a^3)(x^3-a^3)$

$=(x^3)^2-(a^3)^2$

$=x^6-a^6$

tanbircox.blogspot.com

(জ) $(5a+3b)(25a^2-15ab+9b^2)(125a^3-27b^3)$

সমাধান :

$(5a+3b)\{(5a)^2-5a\times 3b+(3b)^2\}\{125a^3-27b^3\}$

$=\{(5a)^3-(3b)^3\}(125a^3-27b^3)$

$=(125a^3+27b^3)(125a^3-27b^3)$

$=(125a^3)^2-(27b^3)^2$

$=15625a^6-729b^6$

১৬। উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর :

(ক) a^3+8 (খ) $8x^3+343$ (গ) $8a^4+27ab^3$

(ঘ) $8x^3+1$ (ঙ) $64a^3+125b^3$ (চ) $729a^3-64b^3c^6$

(ছ) $27a^3b^3+64b^3c^3$ (জ) $56x^3-189y^3$

(ক) a^3+8

সমাধান :

a^3+8

$=(a)^3+(2)^3$

$=(a+2)\{(a)^2-a\times 2+(2)^2\}$

$=(a+2)(a^2-2a+4)$

(খ) $8x^3+343$

সমাধান :

$8x^3+343$

$=(2x)^3+(7)^3$

$=(x+7)\{(2x)^2-2x\times 7+(7)^2\}$

$=(x+7)(4x^2-14x+49)$

(গ) $8a^4+27ab^2$

সমাধান :

$8a^4+27ab^3$

$=a(8a^3+27b^3)$

$=a\{(2a)^3+(3b)^3\}$

$=a(2a+3)\{(2a)^2-2a\times 3+(3)^2\}$

$=a(2a+3)(4a^2-6a+9)$

(ঘ) $8x^3+1$

সমাধান :

$8x^3+1$

$=(2x)^3+(1)^3$

$=(2x+1)\{(2x)^2-2x\times 1+(1)^2\}$

$=(2a+1)(4x^2-2a+1)$

tanbircox.blogspot.com

(ঙ) $64a^3+125b^3$

সমাধান :

$64a^3+125b^3$

$=(4a)^3+(5b)^3$

$=(4a+5b)\{(4a)^2-4a\times5b+(5b)^2\}$

$=(4a+5b)(16a^2-20ab+25b^2)$

(ছ) $27a^3b^3+64b^3c^3$

সমাধান :

$27a^3b^3+64b^3c^3$

$=b^3\{(3a)^3+(4c)^3\}$

$=b^3(3a+4c)\{(3a)^2-3a\times4c+(4c)^2\}$

$=b^3(3a+4c)(9a^2-12ac+16c^2)$

(চ) $729a^3-64b^3c^6$

সমাধান :

$729a^3-64b^3c^6$

$=(9a)^3-(4bc^2)^3$

$=(9a-4bc^2)\{(9a)^2+9a\times4bc^2+(4bc^2)^2$

$=(9a-4bc^2)(81a^2+36abc^2+16b^2c^4)$

(জ) $56x^3-189y^3$

সমাধান :

$56x^3-189y^3$

$=7(8x^3-27y^3)$

$=7\{(2x)^3-(3y)^3\}$

$=7(2x-3y)\{(2x)^2+2x\times3y+(3y)^2\}$

$=7(2x-3y)(4x^2+6xy+9y^2)$

tanbircox.blogspot.com

চতুর্থ অধ্যায় 4-3 উৎপাদকে বিশ্লেষণ

উদাহরণ ১। x^2+5x+6 কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি ধনাত্মক সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি 5 এবং গুণফল 6।

6 এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে (1, 6) ও (2, 3)।

এদের মধ্যে (2, 3) জোড়াটির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি 3 + 2 = 5 ও 2 ×3 = 6

$$\therefore x^2+5x+6 = x^2+2x+3x+6$$
$$= x(x+2)+3(x+2)$$
$$= (x+2)(x+3)$$

উদাহরণ ২। $x^2-15x+54$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি –15 এবং গুণফল 54। এখানে দুইটি সংখ্যার সমষ্টি, ঋণাত্মক, কিন্তু গুণফল ধনাত্মক। কাজেই, সংখ্যা দুইটি উভয়ই ঋণাত্মক হবে।

54 এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে (–1, –54), (–2, –27), (–3, –18), (–6, –9) ।

এদের মধ্যে (–6, –9) জোড়াটির সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = – 6 + – 9 = – 15 এবং এদের গুণফল (– 6) × (–9) = 54

$$\therefore x^2-15x+54 = x^2-6x-9x+54$$
$$= x(x-6)-9(x-6)$$
$$= (x-6)(x-9)$$

উদাহরণ ৩। $x^2+2x-15$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি 2 এবং গুণফল (–15)। এখানে দুইটি সংখ্যার সমষ্টি, ধনাত্মক, কিন্তু গুণফল ঋণাত্মক। কাজেই, সংখ্যা দুইটি মধ্যে যে সংখ্যার পরম মান বড় সেই সংখ্যাটি ধনাত্মক, আর যে সংখ্যার পরম মান ছোট সে সংখ্যাটি ঋণাত্মক হবে।

(–15) এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে (–1, 15), (–3, 5) ।

এদের মধ্যে (–3, 5) এর সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = – 3 + 5 = 2

$$\therefore x^2+2x-15 = x^2+5x-3x-15$$
$$= x(x+5)-2(x+5)$$
$$= (x+6)(x-2)$$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৪। $x^2-3x-28$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এমন দুইটি সংখ্যা নির্ণয় করতে হবে, যাদের সমষ্টি (–3) এবং গুণফল (–28)। এখানে দুইটি সংখ্যার সমষ্টি, ঋণাত্মক, কিন্তু গুণফল ঋণাত্মক। কাজেই, সংখ্যা দুইটি মধ্যে যে সংখ্যার পরম মান বড় সেই সংখ্যাটি ঋণাত্মক, আর যে সংখ্যার পরম মান ছোট সে সংখ্যাটি ধনাত্মক হবে।

(–28) এর সম্ভাব্য উৎপাদক জোড়াগুলো হচ্ছে (–1, –28), (2, –14) ও (4, –14)।

এদের মধ্যে (–3, 5) এর সংখ্যাগুলোর সমষ্টি = – 3 + 5 = 2

$$\therefore x^2+2x-15 = x^2+5x-3x-15$$
$$= x(x+5)-2(x+5)$$
$$= (x+6)(x-2)$$

কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১। $x^2-18x+72$ ২। $x^2-9x-36$ ৩। $x^2-23x+132$

tanbircox.blogspot.com

১। $x^2-18x+72$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $= x^2-18x+72$
$= x^2-12x-6x+72$
$= x(x-12)-6(x-12)$
$= (x-12)(x-6)$

২। $x^2-9x-36$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $= x^2-9x-36$
$= x^2-12x+3x-36$
$= x(x-12)+3(x-12)$
$= (x-12)(x+3)$

৩। $x^2-23x+132$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $= x^2-23x+132$
$= x^2-12x-11x+132$
$= x(x-12)-11(x-12)$
$= (x-12)(x-11)$

উদাহরণ ৫। $2x^2+9x+10$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে, $2 \times 10 = 20$ [x^2 এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন, $4 \times 5 = 20$ এবং $4 + 5 = 9$

$$\therefore 2x^2+9x+10 = 2x^2+4x+5x+10$$
$$= 2x(x+2)+5(x+2)$$
$$= (x+2)(2x+5)$$

উদাহরণ ৬। $3x^2+x-10$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে, $3 \times (-10) = -30$ [x^2 এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন, $(-5) \times 6 = -30$ এবং $-5 + 6 = 1$

$$\therefore 3x^2+x-10 = 3x^2-5x+6x-10$$
$$= x(3x-5)x+2(3x-5)$$
$$= (3x-5)(x+2)$$

উদাহরণ ৭। $4x^2-23x+33$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে, $4 \times 33 = 132$ [x^2 এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন, $(-11) \times (-12) = -23$ এবং $(-11) + (-12) = -23$

$$\therefore 4x^2-23x+33 = 4x^2-11x-12x+33$$
$$= x(4x-11)x-3(4x-11)$$
$$= (4x-11)(x-3)$$

উদাহরণ ৮। $9x^2-9x-4$ কে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

সমাধান :

এখানে, $9 \times (-4) = -36$ [x^2 এর সহগ ও ধ্রুবক পদের গুণফল]

এখন, $3 \times (-12) = -9$ এবং $+3+(-12) = 9$

$$\therefore 9x^2-9x-4 = 9x^2-12x+3x-4$$
$$= 3x(3x-4)x+1(3x-4)$$
$$= (3x-4)(3x+1)$$

tanbircox.blogspot.com

কাজ : উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর।

১। $8x^2+18x+9$ ২। $27x^2+15x+2$ ৩। $2a^2-6a-20$

১। $8x^2+18x+9$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $=8x^2+18x+9$

$=8x^2+12x+6x+9$

$=4x(2x+3)+3(2x+3)$

$=(2x+3)(4x+3)$

২। $27x^2+15x+2$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $=27x^2+15x+2$

$=27x^2+9x+6x+2$

$=9x(3x+1)+2(3x+1)$

$=(3x+1)(9x+2)$

৩। $2a^2-6a-20$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $=2a^2-6a-20$

$=2a^2-10a+4a-20$

$=2a(a-5)+4(a-5)$

$=(a-5)(2a+4)$

$=2(a-5)(a+2)$

tanbircox.blogspot.com

অনুশীলনী ৪.৩

১। $3x-75x^3$ ২। $4x^2-y^2$ ৩। $3ay^2-48a$

৪। $a^2-2ab+b^2-p^2$ ৫। $16y^2-a^2-6a-9$ ৬। $8a+ap^3$

৭। $2a^3+16b^3$ ৮। $x^2+y^2-2xy-1$ ৯। $a^2-2ab+2b-1$

১০। x^4-6x^2+1 ১১। $36-12x+x^2$ ১২। x^6-y^6

১৩। $(x-y)^3+z^3$ ১৪। $64x^3-8y^3$ ১৫। $x^2+14x+40$

১৬। $x^2+7x-120$ ১৭। $x^2-51x+650$ ১৮। $a^2+7ab+12b^2$

১৯। $p^2+2pq-80b^2$ ২০। $x^2-3xy-40y^2$ ২১। $(x^2-x)^2+3(x^2-x)-40$

২২। $(a^2+b^2)^2-18(a^2+b^2)-88$

২৩। $(a^2+7a)^2-8(a^2+7a)-180$

২৪। $x^2+(3a+4b)x+(2a^2+5ab+3b^2)$

২৫। $6x^2-x-15$

২৬। $x^2-x-(a+1)(a+2)$

২৭। $3x^2+11x-4$

২৮। $3x^2-16x-12$

২৯। $2x^2-9x-35$

৩০। $2x^2-5xy+2y^2$

৩১। $x^3-8(x-y)^3$

৩২। $10p^2+11pq-6q^2$

৩৩। $2(x+y)^2-3(x+y)-2$

৩৪। $ax^2+(a^2+1)x+a$

৩৫। $15x^2-11xy-12y^2$

৩৬। $a^3-3a^2b+3ab^2-2b^3$

১। $3x-75x^3$

সমাধান :

$3x-75x^3$

$=3x(1-25x^2)$

$=3x\{(1)-(5x)^2\}$

$=3x(1+5x)(1-5x)$

২। $4x^2-y^2$

সমাধান :

$4x^2-y^2$

$=(2x)^2-(y)^2$

$=(2x+y)(2x-y)$

৩। $3ay^2-48a$

সমাধান :

$3ay^2-48a$

$=3a(y^2-16)$

$=3a\{(y)^2-(4)^2\}$

$=3a(y+4)(y-4)$

৪। $a^2-2ab+b^2-p^2$

সমাধান :

$a^2-2ab+b^2-p^2$

$=(a-b)^2-p^2$

$=(a-b+p)(a-b-p)$

৫। $16y^2-a^2-6a-9$

সমাধান :

$16y^2-a^2-6a-9$

$=(4y)^2-(a^2+2.a.3+3^2)$

$=(4y)^2-(a+3)^2$

$=\{4y+(a+3)\}\{4y-(a+3)\}$

$=(4y+a+3)(4y-a-3)$

৬। $8a+ap^3$

সমাধান :

$8a+ap^3$

$=a(8+p^3)$

$=a(2)^3+(p)^3$

$=a(2+p)(2^2+2.p+p^2)$

$=a(2+p)(4+2p+p^2)$

tanbircox.blogspot.com

৭। $2a^3+16b^3$

সমাধান :

$2a^3+16b^3$

$=2(a^3+8b^3)$

$=2\{(a)^3+(2b)^3\}$

$=2(a+2b)\{(a)^2+a.2b+(2b)^2\}$

$=2(a+2b)(a^2+2ab+4b^2)$

৯। $a^2-2ab+2b-1$

সমাধান :

$a^2-2ab+2b-1$

$=(a^2-1)-2b(a-1)$

$=(a+1)(a-1)-2b(a-1)$

$=(a-1)(a+1-2b)$

১১। $36-12x+x^2$

সমাধান :

এখানে, $36\times1=36$

এখন, $(-6)\times(-6)=36$ এবং $-6+(-6)=12$

$36-12x+x^2$

$=x^2-6x-6x+36$

$=x(x-6)-6(x-6)$

$=(x-6)(x-6)$

$=(x-6)^2$

১৩। $(x-y)^3+z^3$

সমাধান :

$(x-y)^3+z^3$

$=\{(x-y)+z\}\{(x-y)^2-(x-y)z+z^2\}$

$=(x-y+z)(x^2-2xy+y^2-xz+yz+z^2)$

$=(x-y+z)(x^2+y^2+z^2-2xy+yz-xz)$

৮। $x^2+y^2-2xy-1$

সমাধান :

$x^2+y^2-2xy-1$

$=x^2-2xy+y^2-1$

$=(x-y)^2-(1)^2$

$=(x-y+1)(x-y-1)$

১০। x^4-6x^2+1

সমাধান :

x^4-6x^2+1

$=(x^2)^2-2.x^2.1+1^2-4x^2$

$=(x^2-1)^2-(2x)^2$

$=(x^2-1+2x)(x^2-1-2x)$

$=(x^2+2x-1)(x^2-2x-1)$

১২। x^6-y^6

সমাধান :

x^6-y^6

$=(x^3)^2-(y^3)^2$

$=(x^3+y^3)(x^3-y^3)$

$=(x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y$

$=(x+y)(x-y)(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y$

১৪। $64x^3-8y^3$

সমাধান :

$64x^3-8y^3$

$=8(8x^3-y^3)$

$=8\{(2x)^3-(y)^3\}$

$=8(2x-y)\{(2x)^2+2x.y+(y)^2\}$

$=8(2x-y)(4x^2+2xy+y^2)$

tanbircox.blogspot.com

১৫। $x^2+14x+40$

সমাধান :

এখানে, $40 \times 1 = 40$

এখন, $4 \times 10 = 40$ এবং $4+10 = 14$

$$x^2+14x+40$$
$$= x^2+4x+10x+40$$
$$= x(x+4)+10(x+4)$$
$$= (x+4)(x+10)$$

১৬। $x^2+7x-120$

সমাধান :

এখানে, $1 \times (-120) = -120$

এখন, $15 \times (-8) = -120$ এবং $-8+15 = 7$

$$x^2+7x-120$$
$$= x^2+15x-8x-120$$
$$= x(x+15)-8(x+15)$$
$$= (x+15)(x-8)$$

১৭। $x^2-51x+650$

সমাধান :

এখানে, $1 \times (650) = 650$

এখন, $(-26) \times (-25) = 650$

এবং $(-26)+(-25) = -51$

$$x^2-51x+650$$
$$= x^2-26x-25x+650$$
$$= x(x-26)-25(x-26)$$
$$= (x-26)(x-25)$$

১৮। $a^2+7ab+12b^2$

সমাধান :

এখানে, $1 \times 12 = 12$

এখন, $4 \times 3 = 12$

এবং $3+4 = 7$

$$a^2+7ab+12b^2$$
$$= a^2+3ab+4ab+12b^2$$
$$= a(a+3b)+4b(a+3b)$$
$$= (a+3b)(a+4b)$$

১৯। $p^2+2pq-80b^2$

সমাধান :

এখানে, $1 \times (-80) = -80$

এখন, $10 \times -8 = -80$

এবং $10+(-8) = 2$

$$p^2+2pq-80b^2$$
$$= p^2+10pq-8pq-80q^2$$
$$= p(p+10q)-8q(p+10q)$$
$$= (p+10q)(p-8q)$$

২০। $x^2-3xy-40y^2$

সমাধান :

এখানে, $1 \times (-40) = -40$

এখন, $5 \times -8 = -40$

এবং $(-8)+5 = 3$

$$x^2-3xy-40y^2$$
$$= x^2-8xy+5xy-40y^2$$
$$= x(x-8y)-5y(x-8y)$$
$$= (x-8y)(x-5y)$$

tanbircox.blogspot.com

২১। $(x^2-x)^2+3(x^2-x)-40$

সমাধান :

মনে করি, $(x^2-x)=a$

প্রদত্ত রাশি = $a^2+3a-40$

এখানে, $1\times(-40)=-40$

এখন, $-5\times 8=-40$ এবং $8+(-5)=3$

এখন, $a^2+3a-40$

$=a^2+8a-5a-40$

$=a(a+8)-5(a+8)$

$=(a+8)(a-5)$

$=(x^2-x+8)(x^2-x-5)$

২২। $(a^2+b^2)^2-18(a^2+b^2)-88$

সমাধান :

মনে করি, $(a^2+b^2)=x$

প্রদত্ত রাশি = $x^2-18x-88$

এখানে, $1\times(-88)=-88$

এখন, $4\times -22=-88$ এবং $4+(-22)=18$

এখন, $x^2-18x-88$

$=x^2-22x+4x-88$

$=x(x-22)+4(x-22)$

$=(x-22)(x+4)$

$=(a^2+b^2-22)(a^2+b^2+4)$

২৩। $(a^2+7a)^2-8(a^2+7a)-180$

সমাধান :

মনে করি, $(a^2+7a)=x$

প্রদত্ত রাশি = $x^2-8x-180$

এখানে, $1\times(-180)=-180$

এখন, $-18\times 10=-180$ এবং $-18+10=8$

এখন, $x^2-8x-180$

$=x^2-18x+10x-180$

$=x(x-18)+10(x-18)$

$=(x-18)(x+10)$

$=(a^2+7a-18)(a^2+7a+10)$

$=(a^2+9a-2a-18)(a^2+5a+2a+10)$

$=\{a(a+9)-2(a+9)\}a(a+5)+2(a+5)\}$

$=(a+9)(a-2)(a+5)(a+2)$

$=(a-2)(a+2)(a+5)(a+9)$

২৪। $x^2+(3a+4b)x+(2a^2+5ab+3b^2)$

সমাধান :

$x^2+(3a+4b)x+(2a^2+5ab+3b^2)$

$=x^2+(3a+4b)x+(2a^2+3ab+2ab+3b^2$

$=x^2+(3a+4b)x+\{a(2a+3b)+b(2a+3b)$

$=x^2+(3a+4b)x+(2a+3b)(a+b)$

$=x^2+(2a+3b)x+(a+b)x+(2a+3b)(a+$

$=x(x+2a+3b)+(a+b)(x+2a+3b)$

$=(x+2a+3b)(x+a+b)$

$=(x+a+b)(x+2a+3b)$

tanbircox.blogspot.com

২৫। $6x^2 - x - 15$

সমাধান :

এখানে, $6 \times (-15) = -90$

এখন, $9 \times -10 = -90$ এবং $9 + (-10) = -1$

এখন, $6x^2 - x - 15$

$= 6x^2 - 9x + 10x - 15$

$= 3x(2x-3) + 5(x-3)$

$= (2x-3)(3x+5)$

২৭। $3x^2 + 11x - 4$

সমাধান :

এখানে, $3 \times (-4) = -12$

এখন, $12 \times -1 = -12$ এবং $12 + (-1) = 11$

এখন, $3x^2 + 11x - 4$

$= 3x^2 + 12x - x - 4$

$= 3x(x+4) - 1(x+4)$

$= (x+4)(3x-1)$

২৮। $3x^2 - 16x - 12$

সমাধান :

এখানে, $3 \times (-12) = -36$

এখন, $(-18) \times 2 = -36$ এবং $-18 + 2 = 16$

এখন, $3x^2 - 16x - 12$

$= 3x^2 - 18x + 2x - 12$

$= 3x(x-6) - 2(x-6)$

$= (x-6)(3x-2)$

৩০। $2x^2 - 5xy + 2y^2$

সমাধান : এখানে, $2 \times 2 = 4$

এখন, $(-4) \times (-1) = 4$ এবং $-4 - 1 = 5$

এখন, $2x^2 - 5xy + 2y^2$

$= 2x^2 - 4xy - xy + 2y^2$

$= 2x(x-2y) - y(x-2y)$

$= (x-2y)(2x-y)$

২৬। $x^2 - x - (a+1)(a+2)$

সমাধান :

$x^2 - x - (a+1)(a+2)$

$= x^2 - x - (a+1)(a+1+1)$

$= x^2 - x - m(m+1)$ [a + 1 = m ধরে]

$= x^2 - x - m^2 - m$

$= x^2 - m^2 - x - m$

$= x^2 - m^2 - x - m$

$= (x-m)(x+m) - 1(x+m)$

$= (x+m)(x-m-1)$

$= (x+a+1)\{x-(a+1)-1\}$

$= (x+a+1)(x-a-1-1)$

$= (x+a+1)(x-a-2)$

২৯। $2x^2 - 9x - 35$

সমাধান :

এখানে, $2 \times (-35) = -70$

এখন, $(-14) \times 5 = -70$ এবং $-14 + 5 = 9$

এখন, $2x^2 - 9x - 35$

$= 2x^2 - 14x + 5x - 35$

$= 2x(x-7) + 5(x-7)$

$= (x-7)(2x+5)$

৩১। $x^3 - 8(x-y)^3$

সমাধান :

$x^3 - 8(x-y)^3$

$= (x)^3 - \{2(x-y)\}^3$

$= (x)^3 - (2x-2y)^3$

$= \{x-(2x-2y)\}\{(x)^2 + x(2x-2y) + (2x-2y)^2$

$= (x-2x+2y)\{x^2 + 2x^2 - 2xy + (2x)^2 - 2.2x.2y + (2$

$= (2y-x)(3x^2 - 2xy + 4x^2 - 8xy + 4y^2)$

$= (2y-x)(7x^2 - 10xy + 4y^2)$

tanbircox.blogspot.com

৩২। $10p^2+11pq-6q^2$

সমাধান :

এখানে, $-6\times10=-60$

এখন, $15\times-4=-60$ এবং $15+(-4)=11$

এখন, $10p^2+11pq-6q^2$

$=10p^2+15pq-4pq-6q^2$

$=5p(2p+3q)-2q(2p-3q)$

$=(2p+3q)(5p-2q)$

৩৪। $ax^2+(a^2+1)x+a$

সমাধান :

$ax^2+(a^2+1)x+a$

$=ax^2+a^2x+x+a$

$=ax(x+a)+1(x+a)$

$=(x+a)(ax+1)$

৩৫। $15x^2-11xy-12y^2$

সমাধান :

এখানে, $15\times(-12)=-180$

এখন, $(-20)\times9=-180$ এবং $-20+9=11$

এখন, $15x^2-11xy-12y^2$

$=15x^2-20xy+9xy-12y^2$

$=5x(3x-4y)+3y(3x-4y)$

$=(3x-4y)(5x+3y)$

৩৩। $2(x+y)^2-3(x+y)-2$

সমাধান :

মনে করি, $(x+y)=a$

প্রদত্ত রাশি $=2a^2-3a-2$

এখানে, $2\times(-2)=-4$

এখন, $(-4)\times1=-4$ এবং $-4+1=-3$

এখন, $2a^2-3a-2$

$=2a^2-4a+a-2$

$=2a(a-2)+1(a-2)$

$=(a-2)(2a+1)$

$=(x+y-2)(2x+2y+1)$

৩৬। $a^3-3a^2b+3ab^2-2b^3$

সমাধান :

$a^3-3a^2b+3ab^2-2b^3$

$=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3-b^3$

$=(a-b)^3-b^3$

$=(a-b-b)\{(a-b)^2+(a-b).b+b^2\}$

$=(a-b-b)(a^2-2ab+b^2+ab-b^2+b^2$

$=(a-2b)(a^2-ab+b^2)$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

চতুর্থ অধ্যায় 4.4 বীজগণিতীয় রাশির গ.সা.গু ও ল.সা.গু

উদাহরণ ১। $9a\ b\ c\ ,\ \ 12a\ bc,\ \ 15ab\ c$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

9, 12, 15 - এর গ.সা.গু. = 3

a^3, a^2, a - এর গ.সা.গু. = a

b^2, b, b^3 - এর গ.সা.গু. = b

c^2, c, c^2 - এর গ.সা.গু. = c নির্ণেয় গ.সা.গু. $= 3abc$

উদাহরণ ২। $x^3 - 2x^2,\ \ x^2 - 4,\ \ xx - 2y$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $x^3 - 2x^2 = x^2(x-2)$

দ্বিতীয় রাশি $x^2 - 4 = (x+2)(x-2)$

তৃতীয় রাশি $xy - 2y = y(x-2)$

রাশিগুলোতে সাধারণ উৎপাদক $(x-2)$ এবং এর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতযুক্ত উৎপাদক $(x-2)$

সুতারাং, গ.সা.গু. $= (x-2)$

উদাহরণ ৩। $x^2y(x^3 - y^3),\ \ x^2y^2(x^4 + x^2y^2 + y^4)$ এবং $x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

প্রথম রাশি $x^2y(x^3 - y^3)$

$x^2y(x-y)(x^2 + xy + y^2)$

দ্বিতীয় রাশি $x^2y^2(x^4 + x^2y^2 + y^4)$

$= x^2y^2\{(x^2)^2 + 2x^2y^2 + (y^2)^2 - x^2y^2\}$

$= x^2y^2\{(x^2 + y^2)^2 - (xy)^2\}$

$= x^2y^2(x^2 + y^2 + xy)(x^2 + y^2 - xy)$

$= x^2y^2(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$

তৃতীয় রাশি $x^3y^2 + x^2y^3 + xy^4$

$= xy^2(x^2 + xy + y^2)$

এখানে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির সাধারণ উৎপাদক $xy(x^2 + xy + y^2)$

সুতারাং, গ.সা.গু. $= xy(x^2 + xy + y^2)$

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.cox www.tanbircox.blogspot.com

কাজ : গ.সা.গু. নির্ণয় কর :

১। $15a^3b^2c^4$, $25a^2b^4c^3$, $20a^4b^3c^2$ এবং $20a^4b^3c^2$

২। $(x+2)^2$, (x^2+2x) এবং (x^2+5x+6)

৩। $6a^2+3ab$, $2a^2+5a-12$ এবং a^4-8a

১। $15a^3b^2c^4$, $25a^2b^4c^3$, $20a^4b^3c^2$ এবং $20a^4b^3c^2$ এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

15, 25, 20 - এর গ.সা.গু. = 5

a^3, a^2, a^4 - এর গ.সা.গু. = a^2

b^2, b^4, b^3 - এর গ.সা.গু. = b^2

c^4, c^3, c^2 - এর গ.সা.গু. = c^2

নির্ণেয় গ.সা.গু. $= 5a^2b^2c^2$

২। $(x+2)^2$, (x^2+2x) এবং (x^2+5x+6) এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $= (x+2)^2$

$= (x+2)(x+2)$

দ্বিতীয় রাশি $= (x^2+2x)$

$= x(x+2)$

তৃতীয় রাশি $= (x^2+5x+6)$

$= x^2+3x+2x+6$

$= x(x+3)+2(x+3)$

$= (x+2)(x+3)$

এখানে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির সাধারণ উৎপাদক $(x+2)$

সুতারাং, গ.সা.গু. $= (x+2)$

tanbircox.blogspot.com

৩। $6a^2+3ab,\quad 2a^2+5a-12$ এবং a^4-8a এর গ.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $=6a^2+3ab$

$=3a(2a+b)$

দ্বিতীয় রাশি $=2a^2+5a-12$

$=2a^2+8a-3a-12$

$=2a(a+4)-3(a-4)$

$=(a+4)(2a-3)$

তৃতীয় রাশি $=a^4-8a$

$=a(a^3-8)$

$=a(a^3-2^3)$

$=a(a-2)(a^2+a.2+2^2)$

$=a(a-2)(a^2+2a+4)$

এখানে, প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির সাধারণ উৎপাদক a

সুতারাং, গ.সা.গু. $=a$

উদাহরণ ৪। $4a^2bc,\quad 8ab^2c,\quad 6a^2b^2c$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে, 4, 8 ও 6 এর ল.সা.গু. = 24

প্রদত্ত রাশিগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে a^2, b^2c

সুতারাং, ল.সা.গু. $=24a^2b^2c$

উদাহরণ ৫। $x^3+x^2y,\quad x^2y+xy^2,\quad x^3+y^3$ এবং $(x+y)^3$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $=x^3+x^2y$

$=x^2(x+y)$

দ্বিতীয় রাশি $=xy(x+y)$

$=xy(x+y)$

তৃতীয় রাশি $=x^3+y^3$

$=(x+y)(x^2-xy+y^2)$

tanbircox.blogspot.com

চতুর্থ রাশি $= (x+y)^3$

$= (x+y)(x+y)(x+y)$

$\therefore$ ল.সা.গু. $= x^2y(x+y)(x+y)(x+y)(x^2+xy+y^2)$

$= x^2y(x+y)^2(x^3+y^3)$

সুতারাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $= x^2y(x+y)^2(x^3+y^3)$

উদাহরণ ৬। $4(x^2+ax)^2,\quad 6(x^3-a^2x)$ এবং $14x^3(x^3-a^3)$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $= 4(x^2+ax)^2,$

$= 2\times 2\times x^2(x+a)^2$

দ্বিতীয় রাশি $= 6(x^3-a^2x)$

$= 2\times 3\times x(x^2-a^2)$

$= 2\times 3\times x\times (x+a)(x-a)$

তৃতীয় রাশি $= 14x^3(x^3-a^3)$

$= 2\times 7\times x^3(x-a)(x^2+ax+a^2)$

$\therefore$ ল.সা.গু. $= 2\times 2\times 3\times 7\times x^3(x+a)^2(x-a)^3(x^2+xa+a^2)$

$= 84x^3(x+a)^2(x^3-a^3)$

সুতারাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $= 84x^3(x+a)^2(x^3-a^3)$

কাজ : ল.সা.গু. নির্ণয় কর :

১। $5x^3y,\quad 10x^2y,\quad 20x^4y^2$

২। $x^2-y^2,\quad 2(x+y),\quad 2x^2y+2xy^2$

৩। $a^3-1,\quad a^3+1,\quad a^4+a^2+1$

tanbircox.blogspot.com

১। $5x^3y,\ \ 10x^2y,\ \ 20x^4y^2$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান :

5, 10, 20 - এর ল.সা.গু. = 5

x^3, x^2, x^4 - এর ল.সা.গু. = x^4

y, y, y^2 - এর ল.সা.গু. = y^2

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= 20x^4y^2$

২। $x^2-y^2,\ \ 2(x+y),\ \ 2x^2y+2xy^2$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $= x^2-y^2$

$= (x+y)(x-y)$

দ্বিতীয় রাশি $= 2(x+y)$

তৃতীয় রাশি $= 2x^2y+2xy^2$

$= 2xy(x+y)$

সুতারাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $= 2xy(x^2-y^2)$

৩। $a^3-1,\ \ a^3+1,\ \ a^4+a^2+1$ এর ল.সা.গু. নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $= a^3-1$

$= (a-1)(a^2+a.1+1^2)$

$= (a-1)(a^2+a+1)$

দ্বিতীয় রাশি $= a^3+1$

$= (a+1)(a^2-a.1+1^2)$

$= (a+1)(a^2-a+1^2)$

তৃতীয় রাশি $= a^4+a^2+1$

$= (a^2)^2+2.a^2.1+1^2-a^2$

$= (a^2+1)^2-a^2$

$= (a^2+1+a)(a^2+1-a)$

$= (a^2+a+1)(a^2-a+1)$

tanbircox.blogspot.com

$\therefore$ ল.সা.গু $= (a-1)(a^2+a+1)(a+1)(a^2-a+1)$

$= (a^3-1)(a^3+1)$

$= (a^3)^2-(1)^2$

$= a^6-1$

সুতারাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $= a^6-1$

অনুশীলনী ৪.৪

১। $a+\frac{1}{a}=2$ হলে $a^2+\frac{1}{a^2}$ এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 2 (খ) 4 (গ) 6 (ঘ) 8

২। 52 - এর বর্গ নিচের কোনটি?

(ক) 2704 (খ) 2504 (গ) 2496 (ঘ) 2284

৩। $a^2+2a-15$ - এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি?

(ক) $(a+5)(a-3)$ (খ) $(a+3)(a+5)$ (গ) $(a-3)(a-5)$ (ঘ) $(a+3)(a+5)$

৪। x^2-64 - এর উৎপাদকে বিশ্লেষণ নিচের কোনটি?

(ক) $(x-8)(x-8)$ (খ) $(x+8)(x+8)$ (গ) $(x+8)(x-8)$ (ঘ) $(x+4)(x-4)$

৫। $3a^2b^4c^3,\ 12a^3b^2c,\ 6a^4bc^2$ - এর গ.সা.গু নিচের কোনটি?

(ক) $3a^2bc$ (খ) $3a^2b^2c$ (গ) $12abc$ (ঘ) $3abc$

৬। $a-b,\ a^2-ab,\ a^2-b^2$ - এর ল.সা.গু নিচের কোনটি?

(ক) $a(a-b)$ (খ) $(a-b)$ (গ) $a(a^2-b^2)$ (ঘ) (a^2-b^2)

৭। $(x+8)(x-7)$ - এর গুণফল নিচের কোনটি?

(ক) x^2+x-56 (খ) $x^2-15x+56$ (গ) $x^2+15x-36$ (ঘ) x^2-x+56

tanbircox.blogspot.com

৮। (i) $x^3 - y^3 = (x-y)(x^2+xy+y^2)$

(ii)...$ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

(iii) $x^3 + y^3 = x^3 + y^3 + 3xy(x+y)$

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৯। (i) $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

(ii) $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$

(iii) $ab = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$

উপরের তথ্য অনুযায়ী নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) ii ও iii (গ) i ও iii (ঘ) i, ii ও iii

tanbircox.blogspot.com

১০। $x+y=5$ ও $x-y=3$ হলে,

(১) x^2+y^2 এর মান কত?

(ক) 15 (খ) 16 (গ) 17 (ঘ) 18

(২) xy এর মান কত?

(ক) 10 (খ) 8 (গ) 6 (ঘ) 4

(৩) x^2-y^2 এর মান কত?

(ক) 13 (খ) 14 (গ) 15 (ঘ) 16

১১। $x+\frac{1}{x}=2$ হলে,

(১) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

(ক) 0 (খ) 1 (গ) 2 (ঘ) 4

(২) $x^3+\frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 4

(৩) $x^4+\frac{1}{x^4}$ এর মান কত?

(ক) 8 (খ) 6 (গ) 4 (ঘ) 2

গ.সা.গু. নির্ণয় কর (১২- ১৯) :

১২। $36a^2b^2c^4d^5$, $54a^5c^2d^4$ এবং $90a^4b^3c^2$

সমাধান :

36, 54, 90 - এর গ.সা.গু. = 18

এবং $a^2b^2c^4d^5$, $a^5c^2d^4$ ও $a^4b^3c^2$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^2 ও c^2

নির্ণেয় গ.সা.গু. $=18a^2c^2$

১৩। $20x^3y^2a^3b^4$, $15x^4y^3a^4b^3$ এবং $35x^2y^4a^3b^2$

সমাধান :

20, 15, 35 - এর গ.সা.গু. = 5

এবং $x^3y^2a^3b^4$, $x^4y^3a^4b^3$ ও $x^2y^4a^3b^2$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে $x^2y^2a^3b^2$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $=5x^2y^2a^3b^2$

১৪। $15x^2y^3z^4a^3$, $12x^3y^2z^3a^4$ এবং $27x^3y^4z^5a^7$

সমাধান :

15, 12, 27 - এর গ.সা.গু. = 3

এবং $x^2y^3z^4a^3$, $x^3y^2z^3a^4$ ও $x^3y^4z^5a^7$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে $x^2y^2z^3a^3$

নির্ণেয় গ.সা.গু. $=3x^2y^2z^3a^3$

tanbircox.blogspot.com

১৫। $18a^3b^4c^5$, $42a^4c^3d^4$, $60b^3c^4d^5$ এবং $78a^2b^4c^4d^3$

সমাধান :

18, 42, 60, ও 78 - এর গ.সা.গু. = 6

এবং $a^3b^4c^5$, $a^4c^3d^4$, $b^3c^4d^5$ ও $a^2b^4c^4d^3$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত নেই।

নির্ণেয় গ.সা.গু. $= 6$

১৬। x^2-3x , x^2-9 এবং x^2-4x+3

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $= x^2-3x$

$= x(x-3)$

দ্বিতীয় রাশি $= x^2-9$

$= (x)^2-(3)^2$

$= (x+3)(x-3)$

তৃতীয় রাশি $= x^2-4x+3$

$= x^2-3x-x+3$

$= x(x-3)-2(x-3)$

$= (x-2)(x-3)$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $(x-3)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $(x-3)$।

সুতারাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. $= x-3$

tanbircox.blogspot.com

১৭। $18(x+y)^3$, $24(x+y)^2$ এবং $32(x^2-y^2)$

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $=18(x+y)^3$

$= 2.3.3.(x+y)(x+y)(x+y)$

দ্বিতীয় রাশি $= 24(x+y)^2$

$= 2.2.2.3.(x+y)(x+y)$

$= (x+3)(x-3)$

তৃতীয় রাশি $=32(x^2-y^2)$

$= 2.2.2.2.2.(x+y)(x-y)$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $2(x+y)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $2(x+y)$।

সুতারাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. $= 2(x+y)$

১৮। $a^2b(a^3-b^3)$, $a^2b^2(a^4+a^2b^2+b^4)$ এবং $a^3b^2+a^2b^3+ab^4)$

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $=a^2b(a^3-b^3)$

$=a^2b(a-b)(a^2+ab+b^2)$

দ্বিতীয় রাশি $=a^2b^2(a^4+a^2b^2+b^4)$

$=a^2b^2\{(a^2)^2+2a^2b^2+(b^2)^2-(ab)^2\}$

$=a^2b^2\{(a^2+b^2)^2-(ab)^2\}$

$=a^2b^2(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

তৃতীয় রাশি $=a^3b^2+a^2b^3+ab^4)$

$=ab^2(a^2+ab+b^2)$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $ab(a^2+ab+b^2)$

এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $ab(a^2+ab+b^2)$।

সুতারাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. $=ab(a^2+ab+b^2)$

১৯। a^3-3a^2-10a, a^3+6a^2+8a এবং $a^4-5a^3-14a^2$

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $=a^3-3a^2-10a$

$=a(a^2-3a-10)$

$=a(a^2-5a+2a-10)$

$=a\{a(a-5)+2(a-5)\}$

$=a(a-5)(a+2)$

দ্বিতীয় রাশি $=a^3+6a^2+8a$

$=a(a^2+6a+8)$

$=a(a^2+4a+2a+8)$

$=a\{a(a+4)+2(a+4)\}$

$=a(a+4)(a+2)$

tanbircox.blogspot.com

তৃতীয় রাশি $= a^4 - 5a^3 - 14a^2$

$= a^2(a^2 - 5a - 14)$

$= a^2\{(a^2 - 7a + 2a - 14)\}$

$= a^2\{a(a-7) + 2(a-7)\}$

$= a^2(a-7)(a+2)$

এখানে, রাশিগুলোর সাধারণ উৎপাদক $a(a+2)$ এবং সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত $a(a+2)$।

সুতারাং, নির্ণেয় গ.সা.গু. $= a(a+2)$

ল.সা.গু. নির্ণয় কর(২০- ২৭) :

২০। a^5bc, ab^3c^2 এবং $a^7b^4c^3$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশিগুলোর সাধারণ ঘাতের উৎপাদক যথাক্রমে $a^7b^4c^3$

নির্ণেয় ল.সা.গু. $= a^7b^4c^3$

২১। $5a^2b^3c^2$, $10ab^2c^3$ এবং $15ab^3c$

সমাধান :

5, 10 ও 15 - এর ল.সা.গু. = 30

এবং $a^2b^3c^2$, ab^2c^3 ও ab^3c - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^2, b^3 ও c^3।

সুতারাং, উৎপাদকগুলোর ল.সা.গু $= 30a^2b^3c^3$

২২। $3x^3y^2$, $4xy^2z$, $5x^4y^2z^2$ এবং $12xy^4z^2$

সমাধান :

3, 4 ও 5 - এর ল.সা.গু. = 60

এবং x^3y^2, xy^2z ও $x^4y^2z^2$ - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে x^4, y^2 ও z^2 ।

সুতারাং, উৎপাদকগুলোর ল.সা.গু $= 60x^4y^2z^2$

২৩। $3a^2d^3$, $9d^2b^2$, $12c^3d^2$, $24a^3b^2$ এবং $36c^3d^2$

সমাধান :

3, 9, 12, 24 ও 36 - এর ল.সা.গু. = 72

এবং a^2d^3, d^2b^2, c^3d^2, a^3b^2 ও c^3d^2 - এর উৎপাদকগুলোর সর্বোচ্চ সাধারণ ঘাত যথাক্রমে a^3, b^2, c^3 ও d^3 ।

সুতারাং, উৎপাদকগুলোর ল.সা.গু $= 72a^3b^2c^3d^3$

tanbircox.blogspot.com

২৪। x^2+3x+2, x^2-1, এবং x^2+x-2

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $= x^2+3x+2$

$= x^2+2x+x+2$

$= x(x+2)+1(x+2)$

$= (x+2)(x+1)$

দ্বিতীয় রাশি $= x^2-1$

$= x^2-1^2$

$= (x+1)(x-1)$

তৃতীয় রাশি $= x^2+x-2$

$= x^2+2x-1x-2$

$= x(x+2)-1(x+2)$

$= (x+2)(x-1)$

সুতারাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (x+2)(x+1)(x-1)$

$= (x^2-1)(x+2)$

২৫। x^2-4, x^2+4x+4 এবং x^3-8

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $= x^2-4$

$= x^2-2^2$

$= (x-2)(x+2)$

দ্বিতীয় রাশি $= x^2+4x+4$

$= x^2+2x+2x+4$

$= x(x+2)+2(x+2)$

$= (x+2)(x+2)$

তৃতীয় রাশি $= x^3-8$

$= x^3-2^3$

$= (x-2)(x^2+x.2+2^2)$

$= (x-2)(x^2+2x+4)$

সুতারাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $= (x+2)(x+2)(x-2)(x^2+2x+4)$

$= (x+2)^2(x^3-2^3)$ $= (x+2)^2(x^3-8)$

tanbircox.blogspot.com

২৬। $6x^2-x-1$, $3x^2+7x+2$ এবং $2x^2+3x-2$

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $=6x^2-x-1$

$=6x^2-3x+2x-1$

$=3x(2x-1)+1(2x-1)$

$=(2x+1)(3x-1)$

দ্বিতীয় রাশি $=3x^2+7x+2$

$=3x^2+6x+x+2$

$=3x(x+2)+1(x+2)$

$=(x+2)(3x+1)$

তৃতীয় রাশি $=2x^2+3x-2$

$=2x^2+4x-x-2$

$=2x(x+2)-1(x+2)$

$=(x+2)(2x-1)$

সুতারাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $=(2x-1)(3x+1)(x+2)=(x^2-1)(x+2)$

২৭। a^3+b^3, $(a+b)^3$, $(a^2-b^2)^2$ এবং $(a^2-ab+b^2)^2$

সমাধান : এখানে,

প্রথম রাশি $=a^3+b^3$

$=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

দ্বিতীয় রাশি $=(a+b)^3$

$=(a+b)(a+b)(a+b)$

তৃতীয় রাশি $=(a^2-b^2)^2$

$=(a^2-b^2)^2$

$=(a^2-b^2)(a^2-b^2)$

$=(a+b)(a-b)(a+b)(a-b)$

চতুর্থ রাশি $=(a^2-ab+b^2)^2$

$=(a^2-ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

সুতারাং, নির্ণেয় ল.সা.গু. $=(a+b)(a+b)(a+b)(a-b)(a-b)(a^2-ab+b^2)(a^2-ab+b^2)$

$=(a+b)^3(a-b)^2(a^2-ab+b^2)^2$

tanbircox.blogspot.com

২৮। $x^2+\frac{1}{x^2}=3$ হলে,

(ক) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $x^2+\frac{1}{x^2}=3$

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 = x^2+2.x.\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$$

$$= x^2+\frac{1}{x^2}+2$$

$$= 3+2 \qquad \left[\because x^2+\frac{1}{x^2}=3\right]$$

$$= 5$$

(খ) $\frac{x^6+1}{x^3}$ এর মান কত?

সমাধান :

'ক' থেকে পাই, $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2=5$

$$\therefore \left(x+\frac{1}{x}\right) = \pm 5 \qquad [\text{ বর্গমূল করে }]$$

এখন, $\frac{x^6+1}{x^3}$

$$= \frac{x^6}{x^3}+\frac{1}{x^3}$$

$$= x^3+\frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3.x.\frac{1}{x}\left(x+\frac{1}{x}\right)$$

tanbircox.blogspot.com

$= \left(\sqrt{5}\right)^3 - 3.\sqrt{5}$ [মান বসিয়ে]

$= 5\sqrt{5} - 3.\sqrt{5}$

$= 2\sqrt{5}$

সুতারাং, নির্ণেয় মান $2\sqrt{5}$

(গ) $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর ঘন নির্ণয় করে মান বের কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

এখন, $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 = \left(x^2\right)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3 + 3.x^2.\frac{1}{x^2}\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)$

$= \left\{\left(x^2\right)^3 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^3\right\} + 3.3$

$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^3 - 3.x^2.\frac{1}{x^2}\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 9$

$= (3)^3 - 3.3 + 9$ [মান বসিয়ে]

$= 27 - 9 + 9$

$= 27$

২৯। $a - b + c$ একটি বীজগণিতীয় রাশি হলে,

(ক) প্রদত্ত রাশির ঘন নির্ণয় কর।

সমাধান :

∴ প্রদত্ত রাশির ঘন $= (a - b + c)^3$

$= \{(a - b) + (c)\}^3$

$= (a - b)^3 + 3.(a - b)^2.c + 3.(a - b).c^2 + c^3$

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3c(a^2 - 2ab + b^2) + 3c^2(a - b) + c^3$

$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 + 3a^2c - 6abc + 3b^2c + 3ac^2 - 3bc + c^3$

(খ) প্রমাণ কর যে, $(a-b+c)^3 \neq (a-b)^3+c^3$

সমাধান :

বামপক্ষ $=(a-b+c)^3$

$=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3+3a^2c-6abc+3b^2c+3ac^2-3bc+c^3$

ডানপক্ষ $=(a-b)^3+c^3$

$=a^3-3a^2b+3ab^2+b^3+c^3$

$\therefore (a-b+c)^3 \neq (a-b)^3+c^3$ (প্রমাণিত)

(গ) প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত রাশির বর্গ ও $(a+c)^2-b^2$ সমান নয়।

সমাধান :

এখন, প্রদত্ত রাশির বর্গ $=(a-b+c)^2$

$=\{(a-b)+(c)\}^2$

$=(a-b)^2+2.(a-b)(c)+c^2$

$=a^2-2ab+b^2+2ac-2bc+c^2$

$=a^2+b^2+c^2-2ab-2bc+2ac$

এবং $(a+c)^2-b^2=a^2+2ac+c^2-b^2$

$=a^2-b^2+c^2+2ac$

দেখা যাচ্ছে যে, প্রদত্ত রাশি অর্থাৎ $(a-b+c)$ এর বর্গ এবং $(a+c)^2-b^2$ এর প্রাপ্ত মান একই নয়।

$\therefore$ প্রদত্ত রাশির বর্গ ও $(a+c)^2-b^2$ সমান নয় (প্রমাণিত)

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

পঞ্চম অধ্যায় 5.1 বীজগণিতীয় ভগ্নাংশের লঘিষ্টকরণ যোগ ও বিয়োগ

উদাহরণ ১। নিচের ভগ্নাংশের দুইটিকে লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$

এখানে, 16 ও 8 - এর গ.সা.গু. হলো 8

a^2 ও a^3 ” ” ” a^2

b^3 ও b^2 ” ” ” b^2

c^4 ও c^5 ” ” ” c^4

x ও y ” ” ” 1

$16a^2b^3c^4y$ ও $8a^3b^2c^5x$ এর গ.সা.গু. হলো $8a^2b^2c^4$

$\frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$ এর লব ও হরকে $8a^2b^2c^4$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\frac{2by}{acx}$

$\therefore \frac{16a^2b^3c^4y}{8a^3b^2c^5x}$ এর লঘিষ্ঠকরণ হলো $\frac{2by}{acx}$

(খ) প্রদত্ত ভগ্নাংশটি $\frac{a(a^2+2ab+b^2)(a^3-b^3)}{(a^3+b^3)(a^4b-b^5)}$

এখানে, লব $= a(a^2+2ab+b^2)(a^3-b^3)$

$= a(a+b)^2(a-b)(a^2+2ab+b^2)$

হর $= (a^3+b^3)(a^4b-b^5)$

$= (a+b)(a^2+ab+b^2)b(a^4-b^4)$

$= b(a+b)(a^2+ab+b^2)\{(a^2)^2-(b^2)^2\}$

$= b(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-b^2)(a^2+b^2)$

$= b(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2+b^2)(a-b)(a+b)$

$= b(a+b)^2(a^2+ab+b^2)(a^2+b^2)(a-b)$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. $= (a+b)^2(a-b)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশটির লব ও হরকে $(a+b)^2(a-b)$ দ্বারা ভাগ করলে পাওয়া যায় $\frac{a(a^2+2ab+b^2)}{b(a^2+b^2)(a^2-ab+b^2)}$

www.facebook.com/tanbir.cox www.tanbircox.blogspot.com

সুতারাং ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ রূপ $\frac{a(a^2+2ab+b^2)}{b(a^2+b^2)(a^2-ab+b^2)}$

উদাহরণ ২। $\frac{x}{x^3y-xy^3}, \frac{a}{xy(a^2-b^2)}, \frac{m}{m^3n-mn^3}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিণত কর।

সমাধান :

এখানে, ১ম ভগ্নাংশের হর $= x^3y-xy^3$

$= xy(x^2-y^2)$

২য় ভগ্নাংশের হর $= xy(a^2-b^2)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $= m^3n-mn^3$

$= mn(m^2-n^2)$

$\therefore$ হরগুলোর ল.সা.গু. $= xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn$

অতএব, $\frac{x}{x^3y-xy^3} = \frac{x(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}{xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}$

$\frac{a}{xy(a^2-b^2)} = \frac{a(x^2-y^2)(m^2-n^2)mn}{xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}$

এবং $\frac{m}{m^3n-mn^3} = \frac{xym(x^2-y^2)(a^2-b^2)}{xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}$

সুতারাং নির্ণেয় ভগ্নাংশগুলো

$\frac{x(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}{xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}, \frac{a(x^2-y^2)(m^2-n^2)mn}{xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}$

ও $\frac{xym(x^2-y^2)(a^2-b^2)}{xy(x^2-y^2)(a^2-b^2)(m^2-n^2)mn}$

কাজ : সমহর বিশিষ্ঠ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

১। $\frac{x^2+xy}{x^2y}$ এবং $\frac{x^2-xy}{xy^2}$ ২। $\frac{a-b}{a+2b}$ এবং $\frac{2a+b}{a^2-4b^2}$

১। $\frac{x^2+xy}{x^2y}$, এবং $\frac{x^2-xy}{xy^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2+xy}{x^2y}, \frac{x^2-xy}{xy^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরগুলোর ল.সা.গু. $=x^2y^2$

$x^2y^2 \div x^2y = y \quad \therefore \frac{x^2+xy}{x^2y} = \frac{(x^2+xy)\times y}{(x^2y)\times y} = \frac{x^2y+xy^2}{x^2y^2}$

$x^2y^2 \div xy^2 = x \quad \therefore \frac{x^2-xy}{xy^2} = \frac{(x^2-xy)\times x}{(xy^2)\times x} = \frac{x^3+x^2y}{x^2y^2}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2y+xy^2}{x^2y^2}, \frac{x^3+x^2y}{x^2y^2}$

tanbircox.blogspot.com

২। $\frac{a-b}{a+2b}$ এবং $\frac{2a+b}{a^2-4b^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a-b}{a+2b}, \frac{2a+b}{a^2-4b^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলোর হরগুলোর ল.সা.গু. $=(a+2b)(a-2b)$

$(a+2b)(a-2b)\div(a+2b)=(a-2b)$ $\therefore \frac{(a-b)(a-2b)}{(a+2b)(a-2b)}=\frac{(a-b)(a-2b)}{(a^2-4b^2)}$

$(a+2b)(a-2b)\div(a+2b)(a-2b)=1$ $\therefore \frac{(2a+b)\times 1}{(a^2-4b^2)\times 1}=\frac{(2a+b)}{(a^2-4b^2)}$

$\therefore$ **সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো** $\frac{(a-b)(a-2b)}{(a^2-4b^2)}, \frac{(2a+b)}{(a^2-4b^2)}$

উদাহরণ ৩। ভগ্নাংশ তিনটি যোগ কর : $\frac{1}{x-y}, \frac{x}{x^2+xy+y^2}, \frac{y^2}{x^3-y^3}$

সমাধান :

এখানে, ১ম ভগ্নাংশ $=\frac{1}{x-y}$

২য় ভগ্নাংশ $=\frac{x}{x^2+xy+y^2}$

২য় ভগ্নাংশ $=\frac{y^2}{x^3-y^3}$

$=\frac{y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$

হরগুলোর ল.সা.গু $=(x-y)(x^2+xy+y^2)$

$=(x^3-y^3)$

tanbircox.blogspot.com

সুতারাং, $\frac{1}{x-y}, \frac{x}{x^2+xy+y^2}, \frac{y^2}{x^3-y^3}$ এর যোগফল

$$=\frac{1}{x-y}+\frac{x}{x^2+xy+y^2}+\frac{y^2}{x^3-y^3}$$

$$=\frac{1}{x-y}+\frac{x}{x^2+xy+y^2}+\frac{y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$=\frac{1\times(x^2+xy+y^2)+x\times(x-y)+1\times y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$=\frac{x^2+xy+y^2+x^2-xy+y^2}{(x-y)(x^2+xy+y^2)}$$

$$=\frac{2(x^2+y^2)}{(x^3-y^3)}$$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{2(x^2+y^2)}{(x^3-y^3)}$

উদাহরণ ৪। যোগ কর : $\frac{3a}{a^2+3a-4}+\frac{2a}{a^2-1}+\frac{a}{a^2+5a+4}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি $\frac{3a}{a^2+3a-4}+\frac{2a}{a^2-1}+\frac{a}{a^2+5a+4}$

$$=\frac{3a}{a^2+4a-a-4}+\frac{2a}{(a-1)(a+1)}+\frac{a}{a^2+4a+a+4}$$

$$=\frac{3a}{(a+4)(a-1)}+\frac{2a}{(a-1)(a+1)}+\frac{a}{(a+4)(a+1)}$$

$$=\frac{3a(a+1)+2a(a+4)+a(a-1)}{(a+4)(a+1)(a-1)}$$

tanbircox.blogspot.com

$$=\frac{3a^2+3a+2a^2+8a+a^2-a}{(a+4)(a+1)(a-1)}$$

$$=\frac{6a^2+10a}{(a+4)(a+1)(a-1)}$$

$$=\frac{2a(3a+5)}{(a+4)(a^2-1)}$$

উদাহরণ ৫। যোগফল নির্ণয় কর :

(ক) $\frac{a-b}{bc}+\frac{b-c}{ca}+\frac{c-a}{ab}$

(খ) $\frac{1}{a^2-5a+6}+\frac{1}{a^2-9}+\frac{1}{a^2+4a+3}$

(গ) $\frac{1}{a-2}+\frac{a+2}{a^2+2a+4}$

সমাধান :

(ক) $\frac{a-b}{bc}+\frac{b-c}{ca}+\frac{c-a}{ab}$

$$=\frac{a(a-b)+b(b-c)+c(c-a)}{abc}$$

$$=\frac{a^2-ab+b^2-bc+c^2-ac}{abc}$$

$$=\frac{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac}{abc}$$

tanbircox.blogspot.com

(খ) $\frac{1}{a^2-5a+6}+\frac{1}{a^2-9}+\frac{1}{a^2+4a+3}$

$=\frac{1}{a^2-3a-2a+6}+\frac{1}{a^2-3^2}+\frac{1}{a^2+3a+a+3}$

$=\frac{1}{(a-2)(a-3)}+\frac{1}{(a-3)(a+3)}+\frac{1}{(a+3)(a+1)}$

$=\frac{(a+1)(a+3)+(a-2)(a+1)+(a-3)(a-2)}{(a-3)(a+3)(a-2)(a+1)}$

$=\frac{a^2+4a+3+a^2-a-2+a^2-5a+6}{(a-3)(a+3)(a-2)(a+1)}$

$=\frac{3a^2-2a+7}{(a-3)(a+3)(a-2)(a+1)}$

(গ) $\frac{1}{a-2}+\frac{a+2}{a^2+2a+4}$

$=\frac{a^2+2a+4+(a-2)(a+2)}{(a-2)(a^2+2a+4)}$

$=\frac{a^2+2a+4+a^2-4}{(a^3-2^3)}$

$=\frac{2a^2+2a}{(a^3-2^3)}$

$=\frac{2a(a+1)}{(a^3-8)}$

tanbircox.blogspot.com

কাজ : যোগ কর :

১। $\frac{2a}{3x^2y}, \frac{3b}{2xy^2}, \frac{a+b}{xy}$ ২। $\frac{2}{x^2y-xy^2}, \frac{3}{xy(x^2-y^2)}, \frac{1}{x^2-y^2}$

সমাধান : (১) এখানে,

$$\text{১ম ভগ্নাংশ} = \frac{2a}{3x^2y}$$

$$\text{২য় ভগ্নাংশ} = \frac{3b}{2xy^2}$$

$$\text{২য় ভগ্নাংশ} = \frac{a+b}{xy}$$

হরগুলোর ল.সা.গু $= 6x^2y^2$

সুতারাং, $\frac{2a}{3x^2y}, \frac{3b}{2xy^2}, \frac{a+b}{xy}$ এর যোগফল

$$= \frac{2a}{3x^2y} + \frac{3b}{2xy^2} + \frac{a+b}{xy}$$

$$= \frac{6ay+9bx+6xy(a+b)}{6x^2y^2}$$

$$= \frac{6ay+9bx+6xya+6xyb}{6x^2y^2}$$

$$= \frac{3(2ay+3bx+2xya+2xyb)}{6x^2y^2}$$

$$= \frac{(2ay+3bx+2xya+2xyb)}{2x^2y^2}$$

নির্ণেয় যোগফল $= \frac{2ay+3bx+2xya+2xyb}{2x^2y^2}$

tanbircox.blogspot.com

সমাধান : (২) এখানে,

$\frac{2}{x^2y-xy^2}, \frac{3}{xy(x^2-y^2)}, \frac{1}{x^2-y^2}$ এর যোগফল

$$=\frac{2}{x^2y-xy^2}+\frac{3}{xy(x^2-y^2)}+\frac{1}{x^2-y^2}$$

$$=\frac{2}{xy(x-y)}+\frac{3}{xy(x-y)(x+y)}+\frac{1}{(x-y)(x+y)}$$

$$=\frac{2(x+y)+3+xy}{xy(x-y)(x+y)}$$

$$=\frac{2x+2y+3+xy}{xy(x-y)(x+y)}$$

$$=\frac{2x+xy+2y+3}{xy(x-y)(x+y)}$$

নির্ণেয় যোগফল $\frac{2x+xy+2y+3}{xy(x-y)(x+y)}$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৬। বিয়োগফল নির্ণয় কর :

ক) $\frac{x}{4a^2bc^2}-\frac{y}{9ab^2c^3}$ (খ) $\frac{x}{(x-y)^2}-\frac{x+y}{x^2-y^2}$ (গ) $\frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2}-\frac{a-3y}{a+3y}$

সমাধান : (ক)

$$\frac{x}{4a^2bc^2}-\frac{y}{9ab^2c^3}$$

এখানে, হর $4a^2bc^2$ ও $9ab^2c^3$ এর ল.সা.গু. $36a^2b^2c^3$

$$\therefore \frac{x}{4a^2bc^2}-\frac{y}{9ab^2c^3}$$

$$=\frac{9xbc-4ya}{36a^2b^2c^3}$$

সমাধান : (খ)

$$\frac{x}{(x-y)^2}-\frac{x+y}{x^2-y^2}$$

এখানে, হর $(x-y)^2$ ও x^2-y^2 এর ল.সা.গু. $(x-y)^2(x+y)$

$$\therefore \frac{x}{(x-y)^2}-\frac{x+y}{x^2-y^2}$$

$$=\frac{x(x+y)-(x+y)(x-y)}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$=\frac{x^2+xy-x^2+y^2}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$=\frac{xy+y^2}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$=\frac{y(x+y)}{(x-y)^2(x+y)}$$

$$=\frac{y}{(x-y)^2}$$

tanbircox.blogspot.com

সমাধান : (গ)

$$\frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2}-\frac{a-3y}{a+3y}$$

এখানে, হর a^2-9y^2 ও $a+3y$ এর ল.সা.গু. a^2-9y^2

$$\therefore \frac{a^2+9y^2}{a^2-9y^2}-\frac{a-3y}{a+3y}$$

$$=\frac{a^2+9y^2-(a-3y)(a-3y)}{a^2-9y^2}$$

$$=\frac{a^2+9y^2-(a-3y)^2}{a^2-9y^2}$$

$$=\frac{a^2+9y^2-(a^2-6ay+9y^2)}{a^2-9y^2}$$

$$=\frac{a^2+9y^2-a^2+6ay-9y^2}{a^2-9y^2}$$

$$=\frac{6ay}{a^2-9y^2}$$

কাজ : বিয়োগ কর :

১। $\frac{x}{x^2+xy+y^2}$ থেকে $\frac{xy}{x^3-y^3}$ ২। $\frac{1}{1+a+a^2}$ থেকে $\frac{2a}{1+a^2+a^4}$

সমাধান : (১)

$$\frac{x}{x^2+xy+y^2}-\frac{xy}{x^3-y^3}$$

এখানে, হর x^2+xy+y^2 ও x^3-y^3 এর ল.সা.গু. x^3-y^3

$$\therefore \frac{x}{x^2+xy+y^2}-\frac{xy}{x^3-y^3}$$

$$=\frac{x(x-y)-xy}{x^3-y^3}$$

$$=\frac{x^2-xy-xy}{x^3-y^3}$$

$$=\frac{x^2-2xy}{x^3-y^3}$$

tanbircox.blogspot.com

সমাধান : (২)

$$\frac{1}{1+a+a^2}-\frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

এখানে, হর $1+a+a^2$ ও $1+a^2+a^4$

$=1+a+a^2$ ও $(a^2)^2+2a^2+1^2-a^2$

$=1+a+a^2$ ও $(a^2+1)^2-a^2$

$=(a^2+a+1)$ ও $(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

এর ল.সা.গু. $(a^2+a+1)(a^2-a+1)$

$$\frac{1}{1+a+a^2}-\frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

$$=\frac{1}{(a^2+a+1)}-\frac{2a}{(a^2+a+1)(a^2-a+1)}$$

$$=\frac{(a^2-a+1)-2a}{(a^2+a+1)(a^2-a+1)}$$

$$=\frac{a^2-3a+1}{a^4+a^2+1}$$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৭। সরল কর :

(ক) $\frac{x-y}{(y+z)(z+x)}+\frac{y-z}{(x+y)(z+x)}+\frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$

(খ) $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}-\frac{4}{x^2+4}$

(গ) $\frac{1}{1-a+a^2}+\frac{1}{1+a+a^2}+\frac{2a}{1+a^2+a^4}$

সমাধান : (ক)

$$\frac{x-y}{(y+z)(z+x)}+\frac{y-z}{(x+y)(z+x)}+\frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$$

এখানে, $(y+z)(z+x), (x+y)(z+x),$ ও $(x+y)(y+z)$

এর ল.সা.গু. $=(x+y)(y+z)(z+x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(y+z)(z+x)}+\frac{y-z}{(x+y)(z+x)}+\frac{z-x}{(x+y)(y+z)}$$

$$=\frac{(x-y)(x+y)+(y-z)(y+z)+(z-x)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$=\frac{x^2-y^2+y^2-z^2+z^2-x^2}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$=\frac{0}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$=0$$

সমাধান : (খ)

$$\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}-\frac{4}{x^2+4}$$

$$=\frac{x+2-x+2}{(x-2)(x+2)}-\frac{4}{x^2+4}$$

$$=\frac{4}{x^2-4}-\frac{4}{x^2+4}$$

$$=4\left(\frac{1}{x^2-4}-\frac{1}{x^2+4}\right)$$

$$=4\left(\frac{x^2+4-x^2+4}{(x^2-4)(x^2+4)}\right)$$

$$=\frac{4\times 8}{(x^4-16)}=\frac{32}{x^4-16}$$

tanbircox.blogspot.com

সমাধান : (গ)

$$\frac{1}{1-a+a^2}-\frac{1}{1+a+a^2}-\frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

এখানে, $1+a^2+a^4=1+2a^2+(a^2)^2-a^2$

$$=(1+a^2)^2-a^2$$

$$=(1+a^2-a)(1+a^2+a)$$

হর $(1-a+a^2),(1+a+a^2),(1+a^2+a^4)$ এর ল.সা.গু. $=(1+a^2-a)(1+a^2+a)$

$$\therefore \frac{1}{1-a+a^2}-\frac{1}{1+a+a^2}-\frac{2a}{1+a^2+a^4}$$

$$=\frac{1+a+a^2-1+a-a^2-2a}{(1-a+a^2)(1+a+a^2)}$$

$$=\frac{0}{(1+a^2+a^4)}$$

$$=0$$

tanbircox.blogspot.com

অনুশীলনী ৫.১

১। লঘিষ্ঠ আকারে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

(খ) $\frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6}$

(গ) $\frac{x^3y+xy^3}{x^2y^3+x^3y^2}$

(ঘ) $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

(ঙ) $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

(চ) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$

(ছ) $\frac{(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)}$

(ছ) $\frac{(a^2-b^2-2bc-c^2)}{(a^2+2ab+b^2-c^2)}$

(ক) $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$

এখানে, 4 ও 9 এর গ.সা.গু. হলো 1

x^2 ও x^5 এর গ.সা.গু. হলো x^2

y^3 ও y^2 ,, ,, ,, y^2

z^5 ও z^3 ,, ,, ,, z^3

$\therefore 4x^2y^3z^3$ ও $9x^5y^2z^5$ এর গ.সা.গু. হলো $x^2y^2z^3$

$\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$ এর লব ও হরকে $x^2y^2z^3$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায় $\frac{4yz^2}{9x^3}$ ।

$\frac{4x^2y^3z^5}{9x^5y^2z^3}$ এর লঘিষ্ঠ আকার হলো $\frac{4yz^2}{9x^3}$.

(খ) $\frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{16(2x)^4(3y)^5}{(3x)^3.(2y)^6}$

$$= \frac{2^4 \times 2^4 \times 3^5 \times x^4y^5}{3^3 \times 2^6 \times x^3y^6}$$

$$= \frac{2^8 3^5 x^4y^5}{2^6 3^3 x^3y^6}$$

এখানে, 2^8 ও 2^6 এর গ.সা.গু. হলো 2^6

3^5 ও 3^3 ,, ,, ,, 3^3

x^4 ও x^3 ,, ,, ,, x^3

y^5 ও y^6 ,, ,, ,, y^5

$\therefore 16(2x)^4(3y)^5$ ও $(3x)^3(2y)^6$ এর গ.সা.গু. হলো $2^6 3^3 x^2 y^3$

এখন প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $2^6 3^3 x^2 y^3$ দ্বারা ভাগ করে পাওয়া যায়।

$$\frac{2^2 3^2 x}{y} = \frac{4 \times 9x}{y} = \frac{36x}{y}$$

ভগ্নাংশটির লঘিষ্ঠ আকার হলো $\frac{36x}{y}$ ।

(গ) $\frac{x^3y + xy^3}{x^2y^3 + x^3y^2}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^3y + xy^3}{x^2y^3 + x^3y^2}$

এখানে, লব $= x^3y + xy^3$

$= xy(x^2 + y^2)$

হর $= x^2y^3 + x^3y^2$

$= x^2y^2(x + y)$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. xy

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে xy দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{(x^2 + y^2)}{xy(x + y)}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x^2 + y^2)}{xy(x + y)}$

tanbircox.blogspot.com

(ঘ) $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{(a-b)(a+b)}{a^3-b^3}$

$$=\frac{(a-b)(a+b)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)}$$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. $(a-b)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a-b)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\frac{(a+b)}{a^2+ab+b^2}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(a+b)}{a^2+ab+b^2}$

(ঙ) $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{x^2-6x+5}{x^2-25}$

$$=\frac{x^2-5x-x+5}{x^2-5^2}$$

$$=\frac{x(x-5)-1(x-5)}{(x-5)(x+5)}$$

$$=\frac{(x-5)(x-1)}{(x-5)(x+5)}$$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. $=(x-5)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-5)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $=\frac{(x-1)}{(x+5)}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x-1)}{(x+5)}$

tanbircox.blogspot.com

(চ) $\dfrac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\dfrac{x^2-7x+12}{x^2-9x+20}$

$$=\frac{x^2-3x-4x+12}{x^2-4x-5x+20}$$

$$=\frac{x(x-3)-4(x-3)}{x(x-4)-5(x-4)}$$

$$=\frac{(x-3)(x-4)}{(x-4)(x-5)}$$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. $=(x-4)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-4)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $=\dfrac{x-3}{x-5}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\dfrac{x-3}{x-5}$

(ছ) $\dfrac{(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\dfrac{(x^3-y^3)(x^2-xy+y^2)}{(x^2-y^2)(x^3+y^3)}$

$$=\frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$\therefore$ লব ও হরের গ.সা.গু. $=(x-y)(x^2-xy+y^2)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(x-y)(x^2-xy+y^2)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $\dfrac{x^2-xy+y^2}{(x+y)^2}$

tanbircox.blogspot.com

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(x-1)}{(x+5)}$

(জ) $\frac{(a^2-b^2-2bc-c^2)}{(a^2+2ab+b^2-c^2)}$

সমাধান :

প্রদত্ত ভগ্নাংশ $\frac{(a^2-b^2-2bc-c^2)}{(a^2+2ab+b^2-c^2)}$

$$=\frac{(a)^2-(b^2+2bc+c^2)}{(a^2+2ab+b^2)-c^2)}$$

$$=\frac{(a)^2-(b+c)^2}{(a+b)^2-(c)^2}$$

$$=\frac{(a+b+c)(a-b-c)}{(a+b+c)(a+b-c)}$$

∴ লব ও হরের গ.সা.গু. $=(a+b+c)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের লব ও হরকে $(a+b+c)$ দ্বারা ভাগ করে পাই, $=\frac{(a-b-c)}{(a+b-c)}$

সুতারাং, ভগ্নাংশের লঘিষ্ঠ আকার $\frac{(a-b-c)}{(a+b-c)}$

২। সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$

(খ) $\frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$

(গ) $\frac{x}{x-y}, \frac{y}{x+y}, \frac{z}{x(x+y)}$

(ঘ) $\frac{x+y}{(x-y)^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}, \frac{y-z}{x^2-y^2}$

(ঙ) $\frac{a}{a^3+b^3}, \frac{b}{a^2+ab+b^2}, \frac{c}{a^3-b^3}$

tanbircox.blogspot.com

(চ) $\frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$

(ছ) $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

(জ) $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

(ক) $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$

সমাধান :

এখানে, প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2}{xy}, \frac{y^2}{yz}, \frac{z^2}{zx}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $= xyz$

$xyz \div xy = z \quad \therefore \frac{x^2}{xy} = \frac{x^2 \times z}{xy \times z} = \frac{x^2 z}{xyz}$

$xyz \div yz = x \quad \therefore \frac{y^2}{yz} = \frac{y^2 \times x}{yz \times x} = \frac{xy^2}{xyz}$

$xyz \div zx = y \quad \therefore \frac{z^2}{zx} = \frac{z^2 \times y}{zx \times y} = \frac{yz^2}{xyz}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2z}{xyz}, \frac{xy^2}{xyz}, \frac{yz^2}{xyz}$

(খ) $\frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x-y}{xy}, \frac{y-z}{yz}, \frac{z-x}{zx}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $= xyz$

$\frac{x-y}{xy} = \frac{(x-y)z}{xyz} = \frac{xz-yz}{xyz}$

$$\frac{y-z}{yz}=\frac{(y-z)x}{xyz}=\frac{xy-xz}{xyz}$$

$$\frac{z-x}{zx}=\frac{(z-x)y}{xyz}=\frac{yz-xy}{xyz}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{xz-yz}{xyz},\frac{xy-xz}{xyz},\frac{yz-xy}{xyz}$

(গ) $\frac{x}{x-y},\frac{y}{x+y},\frac{z}{x(x+y)}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x}{x-y},\frac{y}{x+y},\frac{z}{x(x+y)}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $=x(x+y)(x-y)$

$$\therefore \frac{x}{x-y}=\frac{x.x(x+y)}{(x-y)x.(x+y)}=\frac{x^2(x+y)}{x(x^2-y^2)}$$

$$\therefore \frac{y}{x+y}=\frac{y.x(x-y)}{(x+y)x.(x-y)}=\frac{xy(x-y)}{x(x^2-y^2)}$$

$$\therefore \frac{z}{x(x+y)}=\frac{z.(x-y)}{x(x+y)(x-y)}=\frac{z(x-y)}{x(x^2-y^2)}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{x^2(x+y)}{x(x^2-y^2)},\frac{xy(x-y)}{x(x^2-y^2)},\frac{z(x-y)}{x(x^2-y^2)}$

(ঘ) $\frac{x+y}{(x-y)^2},\frac{x-y}{x^3+y^3},\frac{y-z}{x^2-y^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x+y}{(x-y)^2},\frac{x-y}{x^3+y^3},\frac{y-z}{x^2-y^2}$

১ম ভগ্নাংশের হর $=(x-y)^2$

$$=(x-y)(x-y)$$

২য় ভগ্নাংশের হর $=x^3+y^3$

$$=(x+y)(x^2-xy+y^2)$$

৩য় ভগ্নাংশের হর $=x^2-y^2$

$$=(x-y)(x+y)$$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $=(x-y)(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)$

$$=(x-y)^2(x^3+y^3)$$

$$\therefore \frac{x+y}{(x-y)^2}=\frac{(x+y)(x^3+y^3)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}=\frac{(x+y)(x^3+y^3)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$$

$$\therefore \frac{x-y}{(x^3+y^3)}=\frac{(x-y)(x-y)^2}{(x-y)^2(x^3+y^3)}=\frac{(x-y)^3}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$$

$$\therefore \frac{y-z}{(x^2-y^2)}=\frac{(y-z)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}=\frac{(y-z)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x+y)(x^3+y^3)}{(x-y)^2(x^3+y^3)},\frac{(x-y)^3}{(x-y)^2(x^3+y^3)},\frac{(y-z)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)^2(x^3+y^3)}$$

(ঙ) $\frac{a}{a^3+b^3},\frac{b}{a^2+ab+b^2},\frac{c}{a^3-b^3}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a}{a^3+b^3},\frac{b}{a^2+ab+b^2},\frac{c}{a^3-b^3}$

১ম ভগ্নাংশের হর $=a^3+b^3$

$$=(a+b)(a^2-ab+b^2)$$

২য় ভগ্নাংশের হর $=(a^2+ab+b^2)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $=a^3-b^3$

$$=(a-b)(a^2+ab+b^2)$$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $=(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)$

$=(a^3-b^3)(a^3+b^3)$

$\therefore \frac{a}{a^3+b^3}=\frac{a(a^3-b^3)}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)}=\frac{a(a^3-b^3)}{(a^6-b^6)}$

$\therefore \frac{b}{a^2+ab+b^2}=\frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)}=\frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}$

$\therefore \frac{c}{a^3-b^3}=\frac{c(a^3+b^3)}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)}=\frac{c(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}$

$\therefore$ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{a(a^3-b^3)}{(a^6-b^6)}, \frac{b(a-b)(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}, \frac{c(a^3+b^3)}{(a^6-b^6)}$

(চ) $\frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{1}{x^2-5x+6}, \frac{1}{x^2-7x+12}, \frac{1}{x^2-9x+20}$

১ম ভগ্নাংশের হর $=x^2-5x+6$

$=x^2-2x-3x+6$

$=(x-2)(x-3)$

২য় ভগ্নাংশের হর $=x^2-7x+12$

$=x^2-3x-4x+12$

$=(x-3)(x-4)$

৩য় ভগ্নাংশের হর $=x^2-9x+20$

$=x^2-4x-5x+20$

$=(x-4)(x-5)$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $=(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$

tanbircox.blogspot.com

এখন,

$$\therefore \frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{1.(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

$$\therefore \frac{1}{(x-3)(x-4)} = \frac{1.(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

$$\therefore \frac{1}{(x-4)(x-5)} = \frac{1.(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)} = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x-4)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}, \frac{(x-2)(x-5)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}, \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)}$$

(ছ) $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{a-b}{a^2b^2}, \frac{b-c}{b^2c^2}, \frac{c-a}{c^2a^2}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $= a^2b^2c^2$

$$\frac{a-b}{a^2b^2} = \frac{c^2(a-b)}{c^2a^2b^2} = \frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}$$

$$\frac{b-c}{b^2c^2} = \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2} = \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2}$$

$$\frac{c-a}{c^2a^2} = \frac{b^2(c-a)}{b^2a^2c^2} = \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো $\frac{c^2(a-b)}{a^2b^2c^2}, \frac{a^2(b-c)}{a^2b^2c^2}, \frac{b^2(c-a)}{a^2b^2c^2}$

(জ) $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

সমাধান :

এখানে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো $\frac{x-y}{x+y}, \frac{y-z}{y+z}, \frac{z-x}{z+x}$

প্রদত্ত ভগ্নাংশের হরগুলোর ল.সা.গু. $=(x+y)(y+z)(z+x)$

$$\frac{x-y}{x+y}=\frac{(x-y).(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}=\frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$\frac{y-z}{y+z}=\frac{(y-z).(x+y)(z+x)}{(y+z).(x+y)(z+x)}=\frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$\frac{z-x}{z+x}=\frac{(z-x).(x+y)(y+z)}{(z+x).(x+y)(y+z)}=\frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

∴ সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশগুলো

$$\frac{(x-y)(y+z)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}, \frac{(y-z)(x+y)(z+x)}{(x+y)(y+z)(z+x)}, \frac{(z-x)(x+y)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

tanbircox.blogspot.com

৩। যোগ কর :

(ক) $\frac{a-b}{a}+\frac{a+b}{b}$

(খ) $\frac{a}{bc}+\frac{b}{ca}+\frac{c}{ab}$

(গ) $\frac{x-y}{x}+\frac{y-z}{y}+\frac{z-x}{z}$

(ঘ) $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}$

(ঙ) $\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-4x+3}+\frac{1}{x^2-5x+4}$

(চ) $\frac{1}{a^2-b^2}+\frac{1}{a^2+ab+b^2}+\frac{1}{a^2-ab+b^2}$

(ছ) $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}+\frac{4}{x^2-4}$

(জ) $\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^4-1}+\frac{4}{x^8-1}$

(ক) $\frac{a-b}{a}+\frac{a+b}{b}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{a-b}{a}+\frac{a+b}{b}$

$$=\frac{b(a-b)+a(a+b)}{ab}$$

$$=\frac{ab-b^2+a^2+ab}{ab}$$

$$=\frac{a^2+2ab-b^2}{ab}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{a^2+2ab-b^2}{ab}$

(খ) $\frac{a}{bc}+\frac{b}{ca}+\frac{c}{ab}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{a}{bc}+\frac{b}{ca}+\frac{c}{ab}$

$$=\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{a^2+b^2+c^2}{abc}$

(গ) $\frac{x-y}{x}+\frac{y-z}{y}+\frac{z-x}{z}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{x-y}{x}+\frac{y-z}{y}+\frac{z-x}{z}$

tanbircox.blogspot.com

$$= \frac{yz(x-y)+zx(y-z)+xy(z-x)}{xyz}$$

$$= \frac{xyz-zy^2+xyz-xz^2+xyz-x^2y)}{xyz}$$

$$= \frac{3xyz-x^2y-y^2z+xyz-z^2x}{xyz}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3xyz-x^2y-y^2z+xyz-z^2x}{xyz}$

(ঘ) $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}$

$$= \frac{(x+y)^2+(x-y)^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{x^2+2xy+y^2+x^2-2xy+y^2}{(x-y)(x+y)}$$

$$= \frac{2x^2+2y^2}{(x^2-y^2)}$$

$$= \frac{2(x^2+y^2)}{(x^2-y^2)}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{2(x^2+y^2)}{(x^2-y^2)}$

tanbircox.blogspot.com

(ঙ) $\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-4x+3}+\frac{1}{x^2-5x+4}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{x^2-3x+2}+\frac{1}{x^2-4x+3}+\frac{1}{x^2-5x+4}$

$=\frac{1}{x^2-2x-x+2}+\frac{1}{x^2-3x-x+3}+\frac{1}{x^2-4x-x+4}$

$=\frac{1}{(x-2)(x-1)}+\frac{1}{(x-3)(x-1)}+\frac{1}{(x-4)(x-1)}$

$=\frac{1.(x-3)(x-4)+1.(x-2)(x-4)+1.(x-3)(x-2)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$

$=\frac{x^2-7x+12+x^2-6x+8+x^2-5x+6}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$

$=\frac{3x^2-18x+26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3x^2-18x+26}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$

(চ) $\frac{1}{a^2-b^2}+\frac{1}{a^2+ab+b^2}+\frac{1}{a^2-ab+b^2}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{a^2-b^2}+\frac{1}{a^2+ab+b^2}+\frac{1}{a^2-ab+b^2}$

$=\frac{1}{(a-b)(a+b)}+\frac{1}{(a^2+ab+b^2)}+\frac{1}{(a^2-ab+b^2)}$

$$=\frac{(a^2-ab+b^2)(a^2+ab+b^2)+(a-b)(a+b)(a^2-ab+b^2)+(a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)}{(a-b)(a+b)(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)}$$

$$=\frac{a^4-a^3b+a^2b^2+a^3b-a^2b^2+ab^3+a^2b^2-ab^3+b^4+(a-b)(a^3+b^3)+(a+b)(a^3-b^3)}{(a-b)(a^2+ab+b^2)(a+b)(a^2-ab+b^2)}$$

$$=\frac{a^4+a^2b^2+b^4+a^4+ab^3-a^3b-b^4+a^4-ab^3+a^3b-b^4}{(a^3-b^3)(a^3+b^3)}$$

$$=\frac{3a^4+a^2b^2-b^4}{(a^6-b^6)}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{3a^4+a^2b^2-b^4}{(a^6-b^6)}$

(ছ) $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}+\frac{4}{x^2-4}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}+\frac{4}{x^2-4}$

$$=\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}+\frac{4}{x^2-2^2}$$

$$=\frac{1}{x-2}-\frac{1}{x+2}+\frac{4}{(x-2)(x+2)}$$

$$=\frac{1.(x+2)-1.(x-2)+4}{(x-2)(x+2)}$$

$$=\frac{x+2-x+2+4}{(x^2-4)}$$

$$=\frac{8}{(x^2-4)}$$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{8}{(x^2-4)}$

tanbircox.blogspot.com

(জ) $\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^4-1}+\frac{4}{x^8-1}$

সমাধান :

প্রদত্ত রাশি, $\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{x^4-1}+\frac{4}{x^8-1}$

$=\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{(x^2)^2-1^2}+\frac{4}{(x^4)^2-1^2}$

$=\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)}+\frac{4}{(x^4-1)(x^4+1)}$

$=\frac{1}{x^2-1}+\frac{1}{(x^2-1)(x^2+1)}+\frac{4}{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)}$

$=\frac{1.(x^2+1)(x^4+1)+1.(x^4+1)+4}{(x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)}$

$=\frac{x^6+x^4+x^2+1+x^4+1+4}{(x^4-1)(x^4+1)}$

$=\frac{x^6+2x^4+x^2+6}{(x^8-1)}$

সুতারাং, নির্ণেয় যোগফল $\frac{x^6+2x^4+x^2+6}{(x^8-1)}$

৪। বিয়োগ কর :

(ক) $\frac{a}{x-3}-\frac{a^2}{x^2-9}$

(খ) $\frac{1}{y(x-y)}-\frac{1}{x(x+y)}$

(গ) $\frac{x+1}{1+x+x^2}-\frac{x-1}{1-x+x^2}$

(ঘ) $\frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2}-\frac{a-4b}{a+4b}$

(ঙ) $\frac{1}{x-y}-\frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$

(ক) $\frac{a}{x-3}-\frac{a^2}{x^2-9}$

সমাধান :

এখানে, হর $x-3$ ও x^2-9 এর ল.সা.গু. $=x^2-9$

$\therefore \frac{a}{x-3}-\frac{a^2}{x^2-9}$

$=\frac{a}{x-3}-\frac{a^2}{(x-3)(x+3)}$

$=\frac{a(x+3)-a^2}{(x-3)(x+3)}$

$=\frac{ax+3a-a^2}{(x-3)(x+3)}$

সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{ax+3a-a^2}{(x-3)(x+3)}$

(খ) $\frac{1}{y(x-y)}-\frac{1}{x(x+y)}$

সমাধান :

এখানে, হর $y(x-y)$ ও $x(x+y)$ এর ল.সা.গু. $=xy(x-y)(x+y)$

$\therefore \frac{1}{y(x-y)}-\frac{1}{x(x+y)}$

$=\frac{1.x(x+y)-1.y(x-y)}{xy(x-y)(x+y)}$

$=\frac{x^2+xy-xy+y^2}{xy(x^2-y^2)}$

$=\frac{(x^2+y^2)}{xy(x^2-y^2)}$ সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{(x^2+y^2)}{xy(x^2-y^2)}$

tanbircox.blogspot.com

(গ) $\frac{x+1}{1+x+x^2}-\frac{x-1}{1-x+x^2}$

সমাধান :

এখানে, হর $(1+x+x^2)$ ও $(1-x+x^2)$ এর ল.সা.গু. $=(1+x+x^2)(1-x+x^2)$

$\therefore \frac{x+1}{1+x+x^2}-\frac{x-1}{1-x+x^2}$

$=\frac{(x+1)(1-x+x^2)-(x-1)(1+x+x^2)}{(1+x+x^2)(1-x+x^2)}$

$=\frac{(x+1)(1-x+x^2)-(x-1)(1+x+x^2)}{\{(1+x^2)+(x)\}\{(1+x^2)-(-x)\}}$

$=\frac{(x^3+1)-(x^3-1)}{(1+x^2)^2-x^2}$

$=\frac{x^3+1-x^3+1}{(1+2x^2+x^4-x^2)}$

$=\frac{2}{1+x^2+x^4}$

সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{2}{1+x^2+x^4}$

(ঘ) $\frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2}-\frac{a-4b}{a+4b}$

সমাধান :

$\therefore \frac{a^2+16b^2}{a^2-16b^2}-\frac{a-4b}{a+4b}$

$=\frac{a^2+16b^2}{(a-4b)(a+4b)}-\frac{a-4b}{a+4b}$

এখানে, হর $(a-4b)(a+4b)$ ও $(a+4b)$ এর ল.সা.গু. $=(a-4b)(a+4b)$

tanbircox.blogspot.com

$$= \frac{a^2+16b^2-(a-4b)(a-4b)}{(a-4b)(a+4b)}$$

$$= \frac{a^2+16b^2-(a-4b)^2}{(a)^2-(4b)^2}$$

$$= \frac{a^2+16b^2-\{(a)^2-2.a.4b+(4b)^2\}}{(a)^2-(4b)^2}$$

$$= \frac{a^2+16b^2-a^2+8ab-16b^2}{(a-4b)(a+4b)}$$

$$= \frac{8ab}{(a-4b)(a+4b)}$$

সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{8ab}{(a-4b)(a+4b)}$

(ঙ) $\frac{1}{x-y}-\frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-y}-\frac{x^2-xy+y^2}{x^3+y^3}$$

$$= \frac{1}{x-y}-\frac{x^2-xy+y^2}{(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

এখানে, হর

$(x-y)$ ও $(x+y)(x^2-xy+y^2)$ এর ল.সা.গু. $(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)$

$$\therefore \frac{1}{x-y}-\frac{x^2-xy+y^2}{(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$= \frac{1.(x+y)(x^2-xy+y^2)-(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

tanbircox.blogspot.com

$$=\frac{x^3+y^3-(x^3-x^2y+xy^2-x^2y+xy^2-y^3)}{(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$=\frac{x^3+y^3-x^3+2x^2y-2xy^2+y^3}{(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$=\frac{2x^2y-2xy^2+2y^3}{(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$=\frac{2y(x^2-xy+y^2)}{(x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$$

$$=\frac{2y}{(x-y)(x+y)}$$

$$=\frac{2y}{(x^2-y^2)}$$

সুতারাং, নির্ণেয় বিয়োগফল $\frac{2y}{(x^2-y^2)}$

tanbircox.blogspot.com

৫। সরল কর :

(ক) $\frac{x-y}{xy}+\frac{y-z}{yz}+\frac{z-x}{zx}$

(খ) $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)}+\frac{y-z}{(y+z)(z+x)}+\frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$

(গ) $\frac{y}{(x-y)(y-z)}+\frac{x}{(z-x)(x-y)}+\frac{z}{(y-z)(x-z)}$

(ঘ) $\frac{1}{x+3y}+\frac{1}{x-3y}+\frac{1}{x^2-9y^2}$

(ঙ) $\frac{1}{x-y}-\frac{2}{2x+y}+\frac{1}{x+y}-\frac{2}{2x-y}$

(চ) $\frac{1}{x-2}-\frac{x-2}{x^2+2x+4}+\frac{6x}{x^3+8}$

(ছ) $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}$

(জ) $\frac{x-y}{(y-z)(z-x)}+\frac{y-z}{(z-x)(x-y)}+\frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$

(ঝ) $\frac{1}{a-b-c}+\frac{1}{a-b+c}+\frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$

(ঞ) $\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab}+\frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc}+\frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$

tanbircox.blogspot.com

(ক) $\frac{x-y}{xy}+\frac{y-z}{yz}+\frac{z-x}{zx}$

সমাধান :

$\frac{x-y}{xy}+\frac{y-z}{yz}+\frac{z-x}{zx}$

এখানে, হর, xy, yz ও zx এর ল.সা.গু. $=xyz$

$\therefore \frac{x-y}{xy}+\frac{y-z}{yz}+\frac{z-x}{zx}$

$=\frac{z(x-y)+x(y-z)+y(z-x)}{xyz}$

$=\frac{xz-yz+xy-zx+yz-xy}{xyz}$

$=\frac{0}{xyz}$

$=0$

(খ) $\frac{x-y}{(x+y)(y+z)}+\frac{y-z}{(y+z)(z+x)}+\frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$

সমাধান :

$$\frac{x-y}{(x+y)(y+z)}+\frac{y-z}{(y+z)(z+x)}+\frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

এখানে, হর, $(x+y)$, $(y+z)$ ও $(z+x)$ এর ল.সা.গু. $=(x+y)(y+z)(z+x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(x+y)(y+z)}+\frac{y-z}{(y+z)(z+x)}+\frac{z-x}{(z+x)(x+y)}$$

$$=\frac{(x-y)(z+x)+(y-z)(x+y)+(z-x)(y+z)}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$=\frac{xz+x^2-yz-xy+xy-xz+y^2-yz+yz-xy+z^2-xz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

$$=\frac{x^2+y^2+z^2-xy-yz-xz}{(x+y)(y+z)(z+x)}$$

(গ) $\frac{y}{(x-y)(y-z)}+\frac{x}{(z-x)(x-y)}+\frac{z}{(y-z)(x-z)}$

সমাধান :

$$\frac{y}{(x-y)(y-z)}+\frac{x}{(z-x)(x-y)}+\frac{z}{(y-z)(x-z)}$$

এখানে, হর, $(x-y)$, $(y-z)$ ও $(z-x)$ এর ল.সা.গু. $=(x-y)(y-z)(z-x)$

$$\therefore \frac{y}{(x-y)(y-z)}+\frac{x}{(z-x)(x-y)}-\frac{z}{(y-z)(z-x)}$$

$$=\frac{y(z-x)+x(y-z)-z(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

tanbircox.blogspot.com

$$= \frac{yz - xy + xy - zx - zx + yz}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{-2zx + 2yz}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{-2z(x-y)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= \frac{-2z}{(y-z)(z-x)}$$

(ঘ) $\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{x^2-9y^2}$

সমাধান :

$$\frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{x^2-9y^2}$$

এখানে, $x^2 - 9y^2$

$$= x^2 - (3y)^2$$

$$= (x-3y)(x+3y)$$

হর, $(x+3y)$, $(x-3y)$ ও $(x-3y)(x+3y)$ এর ল.সা.গু. $= (x-3y)(x+3y)$

$$\therefore \frac{1}{x+3y} + \frac{1}{x-3y} + \frac{2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{1.(x-3y) + 1.(x+3y) + 2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{x-3y+x+3y-2x}{(x-3y)(x+3y)}$$

$$= \frac{0}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$= 0$$

tanbircox.blogspot.com

(ঙ) $\frac{1}{x-y}-\frac{2}{2x+y}+\frac{1}{x+y}-\frac{2}{2x-y}$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-y}-\frac{2}{2x+y}+\frac{1}{x+y}-\frac{2}{2x-y}$$

এখানে, হর, $x-y$, $(2x+y)$, $x+y$ ও $(2x-y)$ এর ল.সা.গু $=(x^2-y^2)(4x^2-y^2)$

$$\therefore \frac{1}{x-y}+\frac{1}{x+y}-\frac{2}{2x+y}-\frac{2}{2x-y}$$

$$=\left\{\frac{1.(x+y)+1.(x-y)}{(x-y)(x+y)}\right\}-2\left(\frac{1}{2x+y}+\frac{1}{2x-y}\right)$$

$$=\left\{\frac{x+y+x-y}{(x-y)(x+y)}\right\}-2\left\{\frac{2x-y+2x+y}{(2x+y)(2x-y)}\right\}$$

$$=\frac{2x}{(x^2-y^2)}-\frac{2\times 4x}{(4x^2-y^2)}$$

$$=\frac{2x(4x^2-y^2)-8x(x^2-y^2)}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)}$$

$$=\frac{8x^3-2xy^2-8x^3+8xy^2}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)}$$

$$=\frac{6xy^2}{(x^2-y^2)(4x^2-y^2)}$$

tanbircox.blogspot.com

(চ) $\frac{1}{x-2}-\frac{x-2}{x^2+2x+4}+\frac{6x}{x^3+8}$

সমাধান :

$$\frac{1}{x-2}-\frac{x-2}{x^2+2x+4}+\frac{6x}{x^3+8}$$

এখানে, হর, $(x-2)$, (x^2+2x+4) ও (x^3+8) এর ল.সা.গু

$$=(x-2)(x^2+2x+4)(x^3+8)$$
$$=(x^3-2^3)(x^3+8)$$
$$=(x^3-8)(x^3+8)$$
$$=(x^3)^2-(8)^2$$
$$=x^6-64$$
$$\therefore \frac{1}{x-2}-\frac{x-2}{x^2+2x+4}+\frac{6x}{x^3+8}$$

$$=\frac{1.(x^2+2x+4)-(x-2)^2}{(x-2)(x^2+2x+4)}+\frac{6x}{x^3+8}$$
$$=\frac{x^2+2x+4-(x^2-4x+4)}{(x-2)(x^2+2x+4)}+\frac{6x}{x^3+8}$$
$$=\frac{x^2+2x+4-x^2+4x-4}{(x^3-2^3)}+\frac{6x}{x^3+8}$$
$$=\frac{6x}{x^3-8}+\frac{6x}{x^3+8}$$
$$=\frac{6x(x^3+8)+6x(x^3-8)}{(x^3-8)(x^3+8)}$$
$$=\frac{6x^4+48x+6x^4-48x}{(x^3)^2-8^2}=\frac{12x^4}{x^6-64}$$

tanbircox.blogspot.com

(ছ) $\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}$

সমাধান :

$\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}$

এখানে, হর, $x-1$, $x+1$, x^2+1 ও x^4+1 এর ল.সা.গু $=x^8-1$

$\therefore \frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}$

$=\frac{1.(x+1)-1.(x-1)}{(x-1)(x+1)}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}$

$=\frac{x+1-x+1}{x^2-1}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{4}{x^4+1}$

$=\frac{2}{x^2-1}-\frac{2}{x^2+1}+\frac{2}{x^4+1}$

$=\frac{2(x^2+1)-2(x^2-1)}{(x^2-1)(x^2+1)}+\frac{4}{x^4+1}$

$=\frac{2x^2+2-2x^2+2}{x^4-1}+\frac{4}{x^4+1}$

$=\frac{4}{x^4-1}+\frac{4}{x^4+1}$

$=\frac{4(x^4+1)+4(x^4-1)}{(x^4-1)(x^4+1)}$

$=\frac{4x^4+4+4x^4-4}{(x^4)^2-(1)^2}$

$=\frac{8x^4}{x^8-1}$

tanbircox.blogspot.com

(জ) $\frac{x-y}{(y-z)(z-x)}+\frac{y-z}{(z-x)(x-y)}+\frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$

সমাধান :

$$\frac{x-y}{(y-z)(z-x)}+\frac{y-z}{(z-x)(x-y)}+\frac{z-x}{(x-y)(x-z)}$$

$$=\frac{x-y}{(y-z)(z-x)}+\frac{y-z}{(z-x)(x-y)}-\frac{z-x}{(x-y)(z-x)}$$

এখানে, হর, $y-z$, $z-x$ ও $x-y$ এর ল.সা.গু $=(x-y)(y-z)(z-x)$

$$\therefore \frac{x-y}{(y-z)(z-x)}+\frac{y-z}{(z-x)(x-y)}-\frac{z-x}{(x-y)(z-x)}$$

$$=\frac{(x-y)^2+(y-z)^2-(z-x)(y-z)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$=\frac{x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2-(zy-z^2-xy+zx)}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$=\frac{x^2-2xy+y^2+y^2-2yz+z^2-yz+z^2+xy-zx}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

$$=\frac{x^2+2y^2+2z^2-xy-3yz-zx}{(x-y)(y-z)(z-x)}$$

(ঝ) $\frac{1}{a-b-c}+\frac{1}{a-b+c}+\frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$

সমাধান :

$$\frac{1}{a-b-c}+\frac{1}{a-b+c}+\frac{a}{a^2+b^2-c^2-2ab}$$

এখানে, $a^2+b^2-c^2-2ab$

$$=(a-b)^2-c^2$$

$$=(a-b-c)(a-b+c)$$

হর, $a-b-c$, $a-b+c$ ও $a^2+b^2-c^2-2ab$ এর ল.সা.গু $a^2+b^2-c^2-2ab$

$$\therefore \frac{1}{a-b-c}+\frac{1}{a-b+c}+\frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)}$$

$$=\frac{a-b+c+a-b-c}{(a-b-c)(a-b+c)}+\frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)}$$

$$=\frac{2a-2b}{(a-b-c)(a-b+c)}+\frac{a}{(a-b-c)(a-b+c)}$$

$$=\frac{2a-2b+a}{(a-b-c)(a-b+c)}$$

$$=\frac{3a-2b}{a^2+b^2-c^2-2ab}$$

(ঞ) $\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab}+\frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc}+\frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$

সমাধান :

$$\frac{1}{a^2+b^2-c^2+2ab}+\frac{1}{b^2+c^2-a^2+2bc}+\frac{1}{c^2+a^2-b^2+2ca}$$

এখানে,

$$(a^2+b^2-c^2+2ab)=(a+b)^2-c^2$$
$$=(a+b-c)(a+b+c)$$

$$(b^2+c^2-a^2+2bc)=(b+c)^2-a^2$$
$$=(b+c-a)(b+c+a)$$

$$(c^2+a^2-b^2+2ca)=(c+a)^2-b^2$$
$$=(c+a-b)(c+a+b)$$

হর, $(a+b-c)(a+b+c)$, $(b+c-a)(a+b+c)$ ও $(a-b+c)(a+b+c)$ এর ল.সা.গু $(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)$

$$\therefore \frac{1}{(a+b+c)(a+b-c)}+\frac{1}{(a+b+c)(b+c-a)}+\frac{1}{(a+b+c)(c+a-b)}$$

$$=\frac{(a-b+c)(b+c-a)+(a-b+c)(a+b-c)+(a+b-c)(b+c-a)}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)}$$

$$=\frac{\begin{array}{l}ab-ca-a^2-b^2-bc+ab+bc+c^2-ca+a^2+ab+ca-ab-b^2+bc\\ ca+bc-c^2+bc+ca-a^2+b^2+bc-ab-bc-c^2+ca\end{array}}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)}$$

$$=\frac{2ab+2bc+2ca-a^2-b^2-c^2}{(a+b+c)(a-b+c)(a+b-c)(b+c-a)}$$

tanbircox.blogspot.com

পঞ্চম অধ্যায় 5.2

ভগ্নাংশের গুণ ও ভাগ

উদাহরণ ৮। গুণ কর :

(ক) $\frac{a^2b^2}{cd}$ কে $\frac{ab}{c^2d^2}$ দ্বারা

সমাধান :

নির্ণেয় গুণফল $= \frac{a^2b^2}{cd} \times \frac{ab}{c^2d^2}$

$= \frac{a^2b^2 \times ab}{cd \times c^2d^2}$

$= \frac{a^3b^3}{c^3d^3}$

(খ) $\frac{x^2y^3}{xy^2}$ কে $\frac{x^3b}{ay^3}$ দ্বারা

সমাধান :

নির্ণেয় গুণফল $= \frac{x^2y^3}{xy^2} \times \frac{x^3b}{ay^3}$

$= \frac{x^2y^3 \times x^3b}{xy^2 \times ay^3}$

$= \frac{x^4b}{ay^2}$

(গ) $\frac{10x^5b^4z^3}{3x^2b^2z}$ কে $\frac{15y^5b^2z^2}{2y^2a^2x}$ দ্বারা

সমাধান :

নির্ণেয় গুণফল $= \frac{10x^5b^4z^3}{3x^2b^2z} \times \frac{15y^5b^2z^2}{2y^2a^2x}$

$= \frac{10x^5b^4z^3 \times 15y^5b^2z^2}{3x^2b^2z \times 2y^2a^2x}$

$= \frac{25x^5y^5z^5b^6}{x^3y^2za^2b^2}$

$= \frac{25b^4x^2y^2z^4}{a^2}$

(ঘ) $\frac{x^2-y^2}{x^3+y^3}$ কে $\frac{x^2-xy+y^2}{x^3-y^3}$ দ্বারা

সমাধান :

নির্ণেয় গুণফল $= \frac{x^2-y^2}{x^3+y^3} \times \frac{x^2-xy+y^2}{x^3-y^3}$

$= \frac{(x-y)(x-y)(x^2-xy+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)(x-y)(x^2+xy+y^2)}$

$= \frac{1}{(x^2+xy+y^2)}$

tanbircox.blogspot.com

(ঙ) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-9x+20}$ কে $\frac{x-5}{x-3}$ দ্বারা

সমাধান :

নির্ণেয় গুণফল $=\frac{x^2-5x+6}{x^2-9x+20}\times\frac{x-5}{x-3}$

$=\frac{x^2-2x-3+6}{x^2-4x-5x+20}\times\frac{x-5}{x-3}$

$=\frac{x^2-2x-3+6}{x^2-4x-5x+20}\times\frac{x-5}{x-3}$

$=\frac{(x-2)(x-3)}{(x-4)(x-5)}\times\frac{(x-5)}{(x-3)}$

$=\frac{(x-2)(x-3)(x-5)}{(x-4)(x-5)(x-3)}$

$=\frac{x-2}{x-4}$

tanbircox.blogspot.com

কাজ : গুণ কর :

১। $\frac{7a^2b}{36a^3b^2}$ কে $\frac{24ab^2}{35a^4b^5}$ দ্বারা

২। $\frac{x^2+3x-4}{x^2-7x+12}$ কে $\frac{x^2-9}{x^2-16}$ দ্বারা

১। $\frac{7a^2b}{36a^3b^2}$ কে $\frac{24ab^2}{35a^4b^5}$ দ্বারা

সমাধান :

নির্ণেয় গুণফল $=\frac{7a^2b}{36a^3b^2}\times\frac{24ab^2}{35a^4b^5}$

$=\frac{7a^2b\times24ab^2}{36a^3b^2\times35a^4b^5}=\frac{4}{30a^4b^4}$

২। $\frac{x^2+3x-4}{x^2-7x+12}$ কে $\frac{x^2-9}{x^2-16}$ দ্বারা

সমাধান :

নির্ণেয় গুণফল $=\frac{x^2+3x-4}{x^2-7x+12}\times\frac{x^2-9}{x^2-16}$

$=\frac{x^2+4x-x-4}{x^2-3x-4x+12}\times\frac{x^2-3^2}{x^2-4^2}$

$=\frac{(x+4)(x-1)}{(x-3)(x-4)}\times\frac{(x-3)(x+3)}{(x-4)(x+4)}$

$=\frac{(x+4)(x-1)(x-3)(x+3)}{(x-3)(x-4)(x-4)(x+4)}$

$=\frac{(x-1)(x+3)}{(x-4)^2}$

উদারহণ ৯। ভাগ কর :

(ক) $\frac{a^3b^2}{c^2d}$ কে $\frac{a^2b^3}{cd^3}$ দ্বারা

(খ) $\frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2}$ কে $\frac{6a^3x^2c}{5x^2y^2z^2}$ দ্বারা

(গ) $\frac{a^2-b^2}{a^2+ab+b^2}$ কে $\frac{a+b}{a^3-b^3}$ দ্বারা

(ঘ) $\frac{x^3-27}{x^2-7x+6}$ কে $\frac{x^2-9}{x^2-36}$ দ্বারা

(ঙ) $\frac{x^3-y^3}{x^3+y^3}$ কে $\frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$ দ্বারা

সমাধান :

(ক) $\frac{a^3b^2}{c^2d}$ কে $\frac{a^2b^3}{cd^3}$ দ্বারা

(ক) ১ম ভগ্নাংশ $=\frac{a^3b^2}{c^2d}$

২য় ভগ্নাংশ $=\frac{a^2b^3}{cd^3}$

(খ) নির্ণেয় ভাগফল $=\frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2}\div\frac{6a^3x^2c}{5x^2y^2z^2}$

$=\frac{12a^4x^3y^2}{10x^4y^3z^2}\times\frac{5x^2y^2z^2}{6a^3x^2c}$

$=\frac{axy}{b^2c}$

tanbircox.blogspot.com

২য় ভগ্নাংশের গুণাত্বক বিপরীত হলো $= \frac{cd^3}{a^2b^3}$

নির্ণেয় ভাগফল $= \frac{a^3b^2}{c^2d} \div \frac{a^2b^3}{cd^3}$

$= \frac{a^3b^2}{c^2d} \times \frac{cd^3}{a^2b^3}$

$= \frac{a^3b^2cd^3}{a^2b^3c^2d}$

$= \frac{ad^2}{bc}$

(খ) নির্ণেয় ভাগফল

$= \frac{a^2-b^2}{a^2+ab+b^2} \div \frac{a+b}{a^3-b^3}$

$= \frac{(a-b)(a+b)}{(a^2+ab+b^2)} \times \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a+b)}$

$= (a-b)^2$

(ঘ) নির্ণেয় ভাগফল $= \frac{x^3-27}{x^2-7x+6} \div \frac{x^2-9}{x^2-36}$

$= \frac{x^3-3^3}{x^2-6x-x+6} \times \frac{x^2-6^2}{x^2-3^2}$

$= \frac{(x-3)(x^2+3x+3^2)}{(x-6)(x-1)} \times \frac{(x-6)(x+6)}{(x-3)(x+3)}$

$= \frac{(x^2+3x+9)(x+6)}{(x-1)(x+3)}$

(ঘ) নির্ণেয় ভাগফল $= \frac{x^3-y^3}{x^3+y^3} \div \frac{x^2-y^2}{(x+y)^2}$

$= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)(x^2-xy+y^2)} \times \frac{(x+y)(x+y)}{(x-y)(x+y)}$

$= \frac{(x^2+xy+y^2)}{(x^2-xy+y^2)}$

tanbircox.blogspot.com

কাজ : ভাগ কর :

১। $\frac{16a^2b^2}{21z^2}$ কে $\frac{28ab^4}{35xyz}$ দ্বারা

২। $\frac{x^4-y^4}{x^2-2x+y^2}$ কে $\frac{x^3+y^3}{x-y}$ দ্বারা

সমাধান :

(১) নির্ণেয় ভাগফল $= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \div \frac{28ab^4}{35xyz}$

$= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \times \frac{35xyz}{28ab^4}$

$= \frac{20axy}{21zb^2}$

সমাধান :

(২) নির্ণেয় ভাগফল $= \frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2} \div \frac{x^3 + y^3}{x - y}$

$= \frac{(x^2 + y^2)(x^2 - y^2)}{(x - y)^2} \times \frac{x - y}{x^3 + y^3}$

$= \frac{(x - y)(x + y)(x^2 + y^2)}{(x - y)(x - y)} \times \frac{(x - y)}{(x + y)(x^2 - xy + y^2)}$

$= \frac{(x^2 + y^2)}{(x^2 - xy + y^2)}$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ১০। সরল কর :

(ক) $\left(1 + \frac{1}{x}\right) \div \left(1 - \frac{1}{x^2}\right)$

(খ) $\left(\frac{x}{x+y} + \frac{y}{x-y}\right) \div \left(\frac{x}{x-y} - \frac{y}{x+y}\right)$

(গ) $\frac{a^3 + b^3}{(a-b)^2 + 3ab} \div \frac{(a+b)^2 - 3ab}{a^3 - b^3} \times \frac{a+b}{a-b}$

(ঘ) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 7x + 12} \div \frac{x^2 - 16}{x^2 - 9} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2}$

(ঙ) $\frac{x^3 + y^3 + 3xy(x+y)}{(x+y)^2 - 4xy} \div \frac{(x-y)^2 + 4xy}{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)}$

সমাধান : (ক)

$$\left(1+\frac{1}{x}\right)\div\left(1-\frac{1}{x^2}\right)$$

$$=\frac{x+1}{x}\div\frac{x^2-1}{x^2}$$

$$=\frac{(x+1)}{x}\times\frac{x^2}{(x-1)(x+1)}$$

$$=\frac{x}{x-1}$$

সমাধান : (খ)

$$\left(\frac{x}{x+y}+\frac{y}{x-y}\right)\div\left(\frac{x}{x-y}-\frac{y}{x+y}\right)$$

$$=\frac{x(x-y)+y(x+y)}{(x+y)(x-y)}\div\frac{x(x+y)-y(x-y)}{(x-y)(x+y)}$$

$$=\frac{x^2-xy+xy+y^2}{(x^2-y^2)}\div\frac{x^2+xy-yx+y^2}{(x^2-y^2)}$$

$$=\frac{x^2+y^2}{(x^2-y^2)}\div\frac{x^2+y^2}{(x^2-y^2)}$$

$$=\frac{(x^2+y^2)}{(x^2-y^2)}\times\frac{(x^2-y^2)}{(x^2+y^2)}$$

$$=1$$

tanbircox.blogspot.com

সমাধান : (গ)

$$\frac{a^3+b^3}{(a-b)^2+3ab} \div \frac{(a+b)^2-3ab}{a^3-b^3} \times \frac{a+b}{a-b}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{a^2-2ab+b^2+3ab} \div \frac{a^2+2ab+b^2-3ab}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times \frac{a+b}{a-b}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a^2+ab+b^2)} \times \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(a^2-ab+b^2)} \times \frac{(a+b)}{(a-b)}$$

$$= (a+b)(a+b)$$

$$= (a+b)^2$$

সমাধান : (ঘ)

$$\frac{x^2+3x-4}{x^2-7x+12} \div \frac{x^2-16}{x^2-9} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{x^2+4x-x-4}{x^2-3x-4x+12} \times \frac{x^2-3^2}{x^2-4^2} \times \frac{(x-4)^2}{(x-1)^2}$$

$$= \frac{(x+4)(x-1)}{(x-3)(x-4)} \times \frac{(x-3)(x+3)}{(x-4)(x+4)} \times \frac{(x-4)(x-4)}{(x-1)(x-1)}$$

$$= \frac{x+3}{x-1}$$

tanbircox.blogspot.com

সমাধান : (ঙ)

$$\frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(x+y)^2-4xy} \div \frac{(x-y)^2+4xy}{x^3-y^3-3xy(x-y)}$$

$$= \frac{(x+y)^3}{x^2+2xy+y^2-4xy} \div \frac{x^2-2xy+y^2+4xy}{(x-y)^3}$$

$$= \frac{(x+y)^3}{x^2-2xy+y^2} \div \frac{x^2+2xy+y^2}{(x-y)^3}$$

$$= \frac{(x+y)^3}{(x-y)^2} \times \frac{(x-y)^3}{(x+y)^2}$$

$$= (x+y)(x-y)$$

$$= x^2-y^2$$

অনুশীলনী ৫.২

১। $\frac{a}{x}, \frac{b}{y}, \frac{c}{z}, \frac{p}{q}$ কে সাধারণ হরবিশিষ্ট করলে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $\frac{ayzq}{xyzq}, \frac{bxzq}{xyzq}, \frac{cxyq}{xyzq}, \frac{pxyz}{xyzq}$ (খ) $\frac{axy}{xyzq}, \frac{byz}{xyzq}, \frac{czx}{xyzq}, \frac{pxy}{xyzq}$

(গ) $\frac{a}{xyzq}, \frac{b}{xyzq}, \frac{c}{xyzq}, \frac{p}{xyzq}$ (ঘ) $\frac{axyzq}{xyzq}, \frac{bxzq}{xyzq}, \frac{cxyq}{xyzq}, \frac{pxyzq}{xyzq}$

২। $\frac{x^2y^2}{ab}$ ও $\frac{c^3d^2}{x^5y^3}$ এর গুণফল কত হবে?

(ক) $\frac{x^2y^2c^3d^2}{abx^3y^2}$ (খ) $\frac{c^3d^2}{abx^3y}$ (গ) $\frac{x^2y^2c^3}{x^3y}$ (ঘ) $\frac{xyd^3}{ab}$

৩। $\frac{x^2-2x+1}{a^2-2a+1}$ ও $\frac{x-1}{a-1}$ দ্বারা ভাগ করলে ভাগফল কত হবে?

(ক) $\frac{x+1}{a-1}$ (খ) $\frac{x-1}{a-1}$ (গ) $\frac{x-1}{a+1}$ (ঘ) $\frac{x-1}{a-1}$

৪। $\frac{a^2-b^2}{(a+b)^2} \div \frac{(a+b)^2-4ab}{a^3+b^3} \times \frac{a+b}{a^2-ab+b^2}$ এর সরলকৃত মান কত হবে?

(ক) $\frac{a-b}{a+b}$ (খ) $\frac{a+b}{a-b}$ (গ) $(a-b)$ (ঘ) $(a+b)$

৫। নিচের বাম দিকের তথ্যের সাথে ডানদিকের তথ্যের মিল কর :

(ক) সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশের হর	(ক) $x-y$
(খ) $\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2} \times \frac{(x-y)^2}{(x+y)}$	(খ) 1
(গ) $\frac{x^2-y^2}{x+y} \div \frac{x-y}{(x+y)} \times \frac{1}{x+y}$	(গ) হরগুলোর ল.সা.গু.
(ঘ) $\frac{(x+y)^2}{x-y} \div \frac{x-y}{x+y} \times \frac{(x-y)^3}{x^2-y^2}$	(ঘ) $(x+y)^2$

tanbircox.blogspot.com

সমাধান :

(ক) সাধারণ হরবিশিষ্ট ভগ্নাংশের হর ⟶ (গ) হরগুলোর ল.সা.গু.

(খ) $\frac{(x+y)^2}{x^2-y^2}\times\frac{(x-y)^2}{(x+y)}$ ⟶ (ক) $x-y$

(গ) $\frac{x^2-y^2}{x+y}\div\frac{x-y}{(x+y)}\times\frac{1}{x+y}$ ⟶ (খ) 1

(ঘ) $\frac{(x+y)^2}{x-y}\div\frac{x-y}{x+y}\times\frac{(x-y)^3}{x^2-y^2}$ ⟶ (ঘ) $(x+y)^2$

৬। গুণ কর :

(ক) $\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{7z^2x^2}$ এবং $\frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$

(খ) $\frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4}$ এবং $\frac{3y^7z}{10x}$

(গ) $\frac{yz}{x^2}, \frac{xz}{y^2}$ এবং $\frac{xy}{z^2}$

(ঘ) $\frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x}$ এবং $\frac{x^2}{x^2-4x+5}$

(ঙ) $\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}$ এবং $\frac{x+y}{x^3+y^3}$

(চ) $\frac{1-b^2}{1+x}, \frac{1-x^2}{b+b^2}$ এবং $1+\frac{1-x}{x}$

(ছ) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}, \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ এবং $\frac{x^2-16}{x^2-9}$

(জ) $\frac{x^3+y^3}{a^2b+ab^2+b^3}, \frac{a^3-b^3}{x^2-xy+y^2}$ এবং $\frac{ab}{x+y}$

(ঝ) $\frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(a+b)^3}, \frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{x^2-y^2}$ এবং $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$

tanbircox.blogspot.com

(ক) $\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2}$ এবং $\frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$

সমাধান :

$\frac{9x^2y^2}{7y^2z^2}, \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2}$ এবং $\frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$ এর গুণফল

$= \frac{9x^2y^2}{7y^2z^2} \times \frac{5b^2c^2}{3z^2x^2} \times \frac{7c^2a^2}{x^2y^2}$

$= \frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4}$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4}$

(গ) $\frac{yz}{x^2}, \frac{xz}{y^2}$ এবং $\frac{xy}{z^2}$

সমাধান :

$\frac{yz}{x^2}, \frac{xz}{y^2}$ এবং $\frac{xy}{z^2}$ এর গুণফল

$= \frac{yz}{x^2} \times \frac{xz}{y^2} \times \frac{xy}{z^2}$

$= 1$

নির্ণেয় গুণফল 1

(ঙ) $\frac{x^4 - y^4}{x^2 - 2xy + y^2}, \frac{x - y}{x^3 + y^3}$ এবং $\frac{x + y}{x^3 + y^3}$

সমাধান :

$\frac{x^4-y^4}{x^2-2xy+y^2}, \frac{x-y}{x^3+y^3}$ এবং $\frac{x+y}{x^3+y^3}$ এর গুণফল

$= \frac{(x^2-y^2)(x^2+y^2)(x-y)(x+y)}{(x-y)^2(x+y)(x^2-xy+y^2)(x+y)(x^2-xy+y^2)}$

$= \frac{(x^2+y^2)}{(x^2-xy+y^2)(x^2-xy+y^2)}$

(খ) $\frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4}$ এবং $\frac{3y^7z}{10x}$

সমাধান :

$\frac{16a^2b^2}{21z^2}, \frac{28z^4}{9x^3y^4}$ এবং $\frac{3y^7z}{10x}$ এর গুণফল

$= \frac{16a^2b^2}{21z^2} \times \frac{28z^4}{9x^3y^4} \times \frac{3y^7z}{10x}$

$= \frac{32a^2b^2y^3z^3}{45z^4}$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{15a^2b^2c^4}{x^2y^2z^4}$

(ঘ) $\frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x}$ এবং $\frac{x^2}{x^2-4x+5}$

সমাধান :

$\frac{x-1}{x+1}, \frac{(x-1)^2}{x^2+x}$ এবং $\frac{x^2}{x^2-4x+5}$ এর গুণফল

$= \frac{(x-1)}{(x+1)} \times \frac{(x-1)(x-1)}{x(x+1)} \times \frac{x^2}{x^2-4x+5}$

$= \frac{(x-1)(x-1)(x-1)}{(x+1)x(x+1)} \times \frac{x \times x}{(x^2-4x++5)}$

$= \frac{x(x-1)^3}{(x+1)^2(x^2-4x+5)}$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{x(x-1)^3}{(x+1)^2(x^2-4x+5)}$

tanbircox.blogspot.com

$$= \frac{(x^2+y^2)}{(x^2-xy+y^2)^2}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{(x^2+y^2)}{(x^2-xy+y^2)^2}$

(চ) $\frac{1-b^2}{1+x}, \frac{1-x^2}{b+b^2}$ এবং $\left(1+\frac{1-x}{x}\right)$

সমাধান :

$\frac{1-b^2}{1+x}, \frac{1-x^2}{b+b^2}$ এবং $\left(1+\frac{1-x}{x}\right)$ এর গুণফল

$$= \frac{1-b^2}{1+x} \times \frac{1-x^2}{b+b^2} \times \left(1+\frac{1-x}{x}\right)$$

$$= \frac{(1-b)(1+b)(1-x)(1+x)}{(1+x)b(1+b)} \times \left(\frac{x+1-x}{x}\right)$$

$$= \frac{(1-b)(1-x)}{bx}$$

$$= \frac{(1-b)(1-x)}{bx}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{(1-b)(1-x)}{bx}$

(ছ) $\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}, \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ এবং $\frac{x^2-16}{x^2-9}$

সমাধান :

$\frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3}, \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12}$ এবং $\frac{x^2-16}{x^2-9}$ এর গুণফল

$$= \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3} \times \frac{x^2-5x+6}{x^2-7x+12} \times \frac{x^2-16}{x^2-9}$$

$$= \frac{x^2-x-2x+2}{x^2-x-3x+3} \times \frac{x^2-2x-3+6}{x^2-3x-4x+12} \times \frac{x^2-4^2}{x^2-3^2}$$

$$= \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-3)} \times \frac{(x-2)(x-3)}{(x-3)(x-4)} \times \frac{(x-4)(x+4)}{(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x-1)(x-2)(x-2)(x-3)(x-4)(x+4)}{(x-1)(x-3)(x-3)(x-4)(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x-2)(x-2)(x+4)}{(x-3)(x-3)(x+3)}$$

$$= \frac{(x-2)^2(x+4)}{(x-3)^2(x+3)}$$

নির্ণেয় গুণফল $\frac{(x-2)^2(x+4)}{(x-3)^2(x+3)}$

(জ) $\frac{x^3+y^3}{a^2b+ab^2+b^3}, \frac{a^3-b^3}{x^2-xy+y^2}$ এবং $\frac{ab}{x+y}$

সমাধান :

$\frac{x^3+y^3}{a^2b+ab^2+b^3}, \frac{a^3-b^3}{x^2-xy+y^2}$ এবং $\frac{ab}{x+y}$ এর গুণফল

$$= \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{b(a^2+ab+b^2)} \times \frac{(a-b)(a^2+ab+b^2)}{(x^2-xy+y^2)} \times \frac{ab}{(x+y)}$$

$$= \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)(a-b)(a^2+ab+b^2)ab}{b(a^2+ab+b^2)(x^2-xy+y^2)(x+y)}$$

$= a(a-b)$ নির্ণেয় গুণফল $a(a-b)$

(ঝ) $\frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(a+b)^3}, \frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{x^2-y^2}$ এবং $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$

সমাধান :

$\frac{x^3+y^3+3xy(x+y)}{(a+b)^3}, \frac{a^3+b^3+3ab(a+b)}{x^2-y^2}$ এবং $\frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$ এর গুণফল

$= \frac{(x+y)^3}{(a+b)^3} \times \frac{(a+b)^3}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)^2}{(x+y)^2}$

$= \frac{(x+y)^3(a+b)^3(x-y)^2}{(a+b)^3(x-y)(x+y)(x+y)^2}$

$= x-y$

নির্ণেয় গুণফল $x-y$

৭। ভাগ কর : (প্রথম রাশিকে ২য় রাশি দ্বারা)

(ক) $\frac{3x^2}{2a}, \frac{4y^2}{15zx}$ (খ) $\frac{9a^2b^2}{4c^2}, \frac{16a^2b}{3c^3}$ (গ) $\frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3}, \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz}$

(ঘ) $\frac{x}{y}, \frac{x+y}{y}$ (ঙ) $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}, \frac{a^2-b^2}{a+b}$ (চ) $\frac{x^3-y^3}{x+y}, \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}$

(ছ) $\frac{a^3+b^3}{a-b}, \frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2}$ (জ) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-4}, \frac{x^2-16}{x^2-3x+2}$

(ঝ) $\frac{x^2-x-30}{x^2-36}, \frac{x^2+13x+40}{x^2+x-56}$

(ক) $\frac{3x^2}{2a}, \frac{4y^2}{15zx}$

সমাধান :

$\frac{3x^2}{2a} \div \frac{4y^2}{15zx}$

$= \frac{3x^2}{2a} \times \frac{15zx}{4y^2}$

$= \frac{45x^2z}{8ay^2}$ নির্ণেয় ভাগফল $\frac{45x^2z}{8ay^2}$

(খ) $\frac{9a^2b^2}{4c^2}, \frac{16a^2b}{3c^3}$

সমাধান :

$\frac{9a^2b^2}{4c^2} \div \frac{16a^2b}{3c^3}$

$= \frac{9a^2b^2}{4c^2} \times \frac{3c^3}{16a^2b}$

$= \frac{27bc}{64a}$ নির্ণেয় ভাগফল $\frac{27bc}{64a}$

(গ) $\frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3}, \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz}$

সমাধান :

$$\frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3} \div \frac{7a^2b^2c^2}{12xyz}$$

$$= \frac{21a^4b^4b^4}{4x^3y^3z^3} \times \frac{12xyz}{7a^2b^2c^2}$$

$$= \frac{21a^4b^4b^4 \times 12xyz}{4x^3y^3z^3 \times 7a^2b^2c^2}$$

$$= \frac{9a^2b^2b^2}{x^2y^2z^2}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{9a^2b^2b^2}{x^2y^2z^2}$

(ঘ) $\frac{x}{y}, \frac{x+y}{y}$

সমাধান :

$$\frac{x}{y} \div \frac{x+y}{y}$$

$$= \frac{x}{y} \times \frac{y}{x+y}$$

$$= \frac{x}{x+y}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{x}{x+y}$

(ঙ) $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2}, \frac{a^2-b^2}{a+b}$

সমাধান :

$$\frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \div \frac{a^2-b^2}{a+b}$$

$$= \frac{(a+b)^2}{(a-b)^2} \times \frac{a+b}{a^2-b^2}$$

$$= \frac{(a+b)(a+b)(a+b)}{(a-b)(a-b)(a-b)(a+b)}$$

$$= \frac{(a+b)^2}{(a-b)^3}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(a+b)^2}{(a-b)^3}$

(চ) $\frac{x^3-y^3}{x+y}, \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}$

সমাধান :

$$\frac{x^3-y^3}{x+y} \div \frac{x^2+xy+y^2}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)} \times \frac{x^2-y^2}{x^2+xy+y^2}$$

$$= \frac{(x-y)(x^2+xy+y^2)}{(x+y)} \times \frac{(x-y)(x+y)}{(x^2+xy+y^2)}$$

$$= (x-y)(x-y)$$

$$= (x-y)^2$$

নির্ণেয় ভাগফল $(x-y)^2$

tanbircox.blogspot.com

(ছ) $\frac{a^3+b^3}{a-b}, \frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2}$

সমাধান :

$$\frac{a^3+b^3}{a-b} \div \frac{a^2-ab+b^2}{a^2-b^2}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a-b)} \times \frac{(a-b)(a+b)}{(a^2-ab+b^2)}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2-ab+b^2)}{(a-b)} \times \frac{(a-b)(a+b)}{(a^2-ab+b^2)}$$

$$= (a+b)(a+b)$$

$$= (a+b)^2$$

নির্ণেয় ভাগফল $(a+b)^2$

(ঝ) $\frac{x^2-x-30}{x^2-36}, \frac{x^2+13x+40}{x^2+x-56}$

সমাধান :

$$\frac{x^2-x-30}{x^2-36} \div \frac{x^2+13x+40}{x^2+x-56}$$

$$= \frac{x^2-6x+5x-30}{x^2-6^2} \times \frac{x^2+8x-7x-56}{x^2+8x+5x+40}$$

$$= \frac{(x-6)(x+5)}{(x-6)(x+6)} \times \frac{(x+8)(x-7)}{(x+8)(x+5)}$$

$$= \frac{(x-7)}{(x+6)}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(x-7)}{(x+6)}$

(জ) $\frac{x^2-7x+12}{x^2-4}, \frac{x^2-16}{x^2-3x+2}$

সমাধান :

$$\frac{x^2-7x+12}{x^2-4} \div \frac{x^2-16}{x^2-3x+2}$$

$$= \frac{x^2-3x-4x+12}{x^2-2^2} \times \frac{x^2-2x-x+2}{x^2-4^2}$$

$$= \frac{(x-3)(x-4)}{(x-2)(x+2)} \times \frac{(x-2)(x-1)}{(x-4)(x+4)}$$

$$= \frac{(x-3)(x-1)}{(x+2)(x+4)}$$

$$= \frac{(x-3)(x-1)}{(x+2)(x+4)}$$

নির্ণেয় ভাগফল $\frac{(x-3)(x-1)}{(x+2)(x+4)}$

tanbircox.blogspot.com

৮। সরল কর :

(ক) $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\times\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)$ (খ) $\left(\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{1-x^2}\right)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)$

(গ) $\left(1-\frac{c}{a+b}\right)\left(\frac{a}{a+b+c}-\frac{a}{a+b-c}\right)$

(ঘ) $\left(\frac{1}{1+a}+\frac{a}{1-a}\right)\left(\frac{1}{1+a^2}-\frac{1}{1+a+a^2}\right)$

(ঙ) $\left(\frac{x}{2x-y}+\frac{x}{2x+y}\right)\left(4+\frac{3y^2}{x^2-y^2}\right)$

(চ) $\left(\frac{2x+y}{x+y}-1\right)\div\left(1-\frac{y}{x+y}\right)$

(ছ) $\left(\frac{a}{a+b}-\frac{b}{a-b}\right)\div\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}\right)$

(জ) $\left(\frac{a^2+b^2}{2ab}-1\right)\div\left(\frac{a^3-b^3}{a-b}-3ab\right)$

(ঝ) $\frac{(x+y)^2-4xy}{(a+b)^2-4ab}\div\frac{x^3-y^3-3xy(x-y)}{a^3-b^3-3ab(a-b)}$

(ঞ) $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+1\right)\div\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{a}{b}+1\right)$

(ক) $\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\times\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)$

সমাধান :

$$\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\times\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)$$

$$=\frac{y+x}{xy}\times\frac{y-x}{xy}$$

$$=\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{y^2-x^2}{x^2y^2}$

tanbircox.blogspot.com

(খ) $\left(\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{1-x^2}\right)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)$

সমাধান :

$$\left(\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{1-x^2}\right)\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right)$$

$$=\left\{\frac{1-x+2x}{(1-x)(1+x)}\right\}\left(\frac{x-1}{x^2}\right)$$

$$=\frac{(1+x)}{(1-x)(1+x)}\times\frac{(x-1)}{x^2}$$

$$=\frac{-(1-x)}{(1-x)x^2}$$

$$=-\frac{1}{x^2}$$

নির্ণেয় সরলফল $-\frac{1}{x^2}$

(গ) $\left(1-\frac{c}{a+b}\right)\left(\frac{a}{a+b+c}-\frac{a}{a+b-c}\right)$

সমাধান :

$$\left(1-\frac{c}{a+b}\right)\left(\frac{a}{a+b+c}-\frac{a}{a+b-c}\right)$$

$$=\left(\frac{a+b-c}{a+b}\right)\left\{\frac{a(a+b-c)-a(a+b+c)}{(a+b+c)(a+b-c)}\right\}$$

$$=\frac{(a+b-c)}{a+b}\times\frac{a^2+ab-ca-a^2-ab-ca}{(a+b+c)(a+b-c)}$$

$$=\frac{-2ca}{(a+b)(a+b+c)}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{-2ca}{(a+b)(a+b+c)}$

tanbircox.blogspot.com

(ঘ) $\left(\frac{1}{1+a}+\frac{a}{1-a}\right)\left(\frac{1}{1+a^2}-\frac{1}{1+a+a^2}\right)$

সমাধান :

$$\left(\frac{1}{1+a}+\frac{a}{1-a}\right)\left(\frac{1}{1+a^2}-\frac{1}{1+a+a^2}\right)$$

$$=\frac{1(1-a)+a(1+a)}{(1+a)(1-a)}\times\frac{1(1+a+a^2)-1(1+a^2)}{(1+a^2)(1+a+a^2)}$$

$$=\frac{1-a+a+a^2}{(1+a)(1-a)}\times\frac{1+a+a^2-1-a^2}{(1+a^2)(1+a+a^2)}$$

$$=\frac{1+a^2}{(1+a)(1-a)}\times\frac{a}{(1+a^2)(1+a+a^2)}$$

$$=\frac{a(1+a^2)}{(1+a)(1-a)(1+a^2)(1+a+a^2)}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{a(1+a^2)}{(1+a)(1-a)(1+a^2)(1+a+a^2)}$

(ঙ) $\left(\frac{x}{2x-y}+\frac{x}{2x+y}\right)\left(4+\frac{3y^2}{x^2-y^2}\right)$

সমাধান :

$$\left(\frac{x}{2x-y}+\frac{x}{2x+y}\right)\left(4+\frac{3y^2}{x^2-y^2}\right)$$

$$=\frac{x(2x+y)+x(2x-y)}{(2x-y)(2x+y)}\times\frac{4(x^2-y^2)+3y^2}{x^2-y^2}$$

$$=\frac{4x^2}{(4x^2-y^2)}\times\frac{(4x^2-y^2)}{(x^2-y^2)}$$

$$=\frac{4x^2}{(x^2-y^2)}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{4x^2}{(x^2-y^2)}$

tanbircox.blogspot.com

(চ) $\left(\frac{2x+y}{x+y}-1\right)\div\left(1-\frac{y}{x+y}\right)$

সমাধান :

$$\left(\frac{2x+y}{x+y}-1\right)\div\left(1-\frac{y}{x+y}\right)$$

$$=\frac{2x+y-1(x+y)}{x+y}\div\frac{1(x+y)-y}{x+y}$$

$$=\frac{2x+y-x-y}{(x+y)}\times\frac{(x+y)}{x+y-y}$$

$$=\frac{x}{1}\times\frac{1}{x}$$

$$=1$$

নির্ণেয় সরলফল 1

(ছ) $\left(\frac{a}{a+b}-\frac{b}{a-b}\right)\div\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}\right)$

সমাধান :

$$\left(\frac{a}{a+b}-\frac{b}{a-b}\right)\div\left(\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a+b}\right)$$

$$=\frac{a(a-b)+b(a+b)}{(a-b)(a+b)}\div\frac{a(a+b)-b(a-b)}{(a-b)(a+b)}$$

$$=\frac{a^2-ab+ab+b^2}{(a-b)(a+b)}\times\frac{(a-b)(a+b)}{a^2+ab-ab+b^2}$$

$$=\frac{(a^2+b^2)}{(a-b)(a+b)}\times\frac{(a-b)(a+b)}{(a^2+b^2)}$$

$$=\frac{(a^2+b^2)}{(a^2+b^2)}$$

$$=1$$

নির্ণেয় সরলফল 1

tanbircox.blogspot.com

(জ) $\left(\frac{a^2+b^2}{2ab}-1\right)\div\left(\frac{a^3-b^3}{a-b}-3ab\right)$

সমাধান :

$$\left(\frac{a^2+b^2}{2ab}-1\right)\div\left(\frac{a^3-b^3}{a-b}-3ab\right)$$

$$=\left(\frac{a^2+b^2-2ab}{2ab}\right)\div\left(\frac{a^3-b^3-3ab(a-b)}{a-b}\right)$$

$$=\frac{(a-b)^2}{2ab}\times\frac{(a-b)}{(a-b)^3}$$

$$=\frac{1}{2ab}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{1}{2ab}$

(ঝ) $\frac{(x+y)^2-4xy}{(a+b)^2-4ab}\div\frac{x^3-y^3-3xy(x-y)}{a^3-b^3-3ab(a-b)}$

সমাধান :

$$\frac{(x+y)^2-4xy}{(a+b)^2-4ab}\div\frac{x^3-y^3-3xy(x-y)}{a^3-b^3-3ab(a-b)}$$

$$=\frac{(x-y)^2}{(a-b)^2}\div\frac{(x-y)^3}{(a-b)^3}$$ [$\because (a-b)^2=(a+b)^2-4ab$ সূত্র মতে]

$$=\frac{(x-y)^2}{(a-b)^2}\times\frac{(a-b)^3}{(x-y)^3}$$

$$=\frac{a-b}{x-y}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{a-b}{x-y}$

tanbircox.blogspot.com

(ঞ) $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+1\right)\div\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{a}{b}+1\right)$

সমাধান :

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+1\right)\div\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{a}{b}+1\right)$$

$$=\left(\frac{a^2+b^2+ab}{ab}\right)\div\left(\frac{a^2+ab+b^2}{b^2}\right)$$

$$=\frac{(a^2+b^2+ab)}{ab}\times\frac{b^2}{(a^2+ab+b^2)}$$

$$=\frac{b}{a}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{b}{a}$

৯। সরল কর।

(ক) $\frac{x^2+2x-15}{x^2+x-12}\div\frac{x^2-25}{x^2-x-20}\times\frac{x-2}{x^2-5x+6}$

(খ) $\left(\frac{x}{x-y}-\frac{x}{x+y}\right)\div\left(\frac{y}{x-y}-\frac{y}{x+y}\right)+\left(\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}\right)\div\left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right)$

(গ) $\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2}\div\frac{x^2+x-6}{x^2-4}$

(ঘ) $\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2-2ab}\times\frac{(a+b)^2-4ab}{a^3-b^3}\div\frac{a+b}{a^2+ab+b^2}$

(ক) $\frac{x^2+2x-15}{x^2+x-12}\div\frac{x^2-25}{x^2-x-20}\times\frac{x-2}{x^2-5x+6}$

সমাধান :

$$\frac{x^2+2x-15}{x^2+x-12}\div\frac{x^2-25}{x^2-x-20}\times\frac{x-2}{x^2-5x+6}$$

tanbircox.blogspot.com

$$= \frac{x^2+5x-3x-15}{x^2+4x-3x-12} \div \frac{x^2-5^2}{x^2-5x+4x-20} \times \frac{x-2}{x^2-3x-2x+6}$$
$$= \frac{(x+5)(x-3)}{(x+4)(x-3)} \times \frac{(x-5)(x+4)}{(x-5)(x+5)} \times \frac{(x-2)}{(x-3)(x-2)}$$
$$= \frac{(x+5)(x-3)}{(x+4)(x-3)} \times \frac{(x-5)(x+4)}{(x-5)(x+5)} \times \frac{(x-2)}{(x-3)(x-2)}$$
$$= \frac{1}{(x-3)}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{1}{(x-3)}$

(খ) $\left(\frac{x}{x-y}-\frac{x}{x+y}\right) \div \left(\frac{y}{x-y}-\frac{y}{x+y}\right) + \left(\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}\right) \div \left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right)$

সমাধান :

$$\left(\frac{x}{x-y}-\frac{x}{x+y}\right) \div \left(\frac{y}{x-y}-\frac{y}{x+y}\right) + \left(\frac{x+y}{x-y}+\frac{x-y}{x+y}\right) \div \left(\frac{x+y}{x-y}-\frac{x-y}{x+y}\right)$$
$$= \frac{x(x+y)-x(x-y)}{(x-y)(x+y)} \div \frac{y(x+y)-y(x-y)}{(x-y)(x+y)} + \frac{(x+y)(x+y)+(x-y)(x-y)}{(x-y)(x+y)} \div \frac{(x+y)(x+y)+(x-y)(x-y)}{(x-y)(x-y)}$$
$$= \frac{x^2+xy-x^2+xy}{(x-y)(x+y)} \div \frac{xy+y^2-xy+y^2}{(x-y)(x+y)} + \frac{2x^2+2y^2}{(x-y)(x+y)} \div \frac{4xy}{(x-y)(x-y)}$$
$$= \frac{2xy}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)(x+y)}{2y^2} + \frac{2(x^2+y^2)}{(x-y)(x+y)} \times \frac{(x-y)(x-y)}{4xy}$$
$$= \frac{x}{y} + \frac{x^2+y^2}{2xy}$$
$$= \frac{2x^2+x^2+y^2}{2xy}$$
$$= \frac{3x^2+y^2}{2xy}$$

নির্ণেয় সরলফল $\frac{3x^2+y^2}{2xy}$

tanbircox.blogspot.com

(গ) $\dfrac{x^2+2x-3}{x^2+x-2} \div \dfrac{x^2+x-6}{x^2-4}$

সমাধান :

$$\frac{x^2+2x-3}{x^2+x-2} \div \frac{x^2+x-6}{x^2-4}$$

$$= \frac{x^2+3x-x-3}{x^2+2x-x-2} \div \frac{x^2+3x-2x-6}{x^2-2^2}$$

$$= \frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x-1)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x+3)(x-2)}$$

$$= \frac{(x+3)(x-1)}{(x+2)(x-1)} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x+3)(x-2)}$$

$$= 1$$

নির্ণেয় সরলফল $= 1$

(ঘ) $\dfrac{a^4-b^4}{a^2+b^2-2ab} \times \dfrac{(a+b)^2-4ab}{a^3-b^3} \div \dfrac{a+b}{a^2+ab+b^2}$

সমাধান :

$$\frac{a^4-b^4}{a^2+b^2-2ab} \times \frac{(a+b)^2-4ab}{a^3-b^3} \div \frac{a+b}{a^2+ab+b^2}$$

$$= \frac{(a-b)(a+b)(a^2+b^2)}{(a-b)^2} \times \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a^2+ab+b^2)} \times \frac{(a^2+ab+b^2)}{(a+b)}$$

$$= a^2+b^2$$

নির্ণেয় সরলফল a^2+b^2

tanbircox.blogspot.com

ষষ্ঠ অধ্যায় 6.1 সরল সহসমীকরণ

উদাহরণ ১। সমাধান কর : $x + y = 7$
$x - y = 3$

প্রদত্ত সমীকরণ

$x + y = 7$ ..... (1)

$x - y = 3$ ..... (2)

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$x = y + 3$ ..... (3)

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$y + 3 + y = 7$

বা, $2y = 7 - 3$

বা, $2y = 4$

$\therefore \quad y = 2$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 2$ বসিয়ে পাই,

$x = 2 + 3$

$\therefore \quad x = 5$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (5, 2)$

উদাহরণ ২। সমাধান কর :
$x + 2y = 9$
$2x - y = 3$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$x + 2y = 7$ ..... (1)

$2x - y = 3$ ..... (2)

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$y = 2x - 3$ ..... (3)

সমীকরণ (1) এ y - এর মান বসিয়ে পাই,

$x + 2(2x - 3) = 9$

বা, $x + 4x - 6 = 9$

বা, $5x = 9 + 6$

বা, $5x = 15$

বা, $x = \frac{15}{5}$

$\therefore \quad x = 3$

tanbircox.blogspot.com

এখন x - এর মান সমীকরণ (3) - এ বসিয়ে পাই,

$y = 2 \times 3 - 3$

$= 6 - 3$

$\therefore y = 3$

নির্ণেয় সমাধান $(x, y) = (3, 3)$

উদাহরণ ৩। সমাধান কর :

$2y + 5z = 16$

$y - 2z = -1$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$2y + 5z = 16$ ..... (1)

$y - 2z = -1$ ..... (2)

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$y = 2z - 1$ ..... (3)

সমীকরণ (1) এ y - এর মান বসিয়ে পাই,

$2(2z - 1) + 5z = 16$

বা, $4z - 2 + 5z = 16$

বা, $9z = 16 + 2$

বা, $9z = 18$

বা, $z = \frac{18}{9}$

$\therefore z = 2$

এখন z - এর মান সমীকরণ (3) - এ বসিয়ে পাই,

$y = 2 \times 2 - 1$

বা, $y = 4 - 1$

$\therefore y = 3$

নির্ণেয় সমাধান $(y, z) = (3, 2)$

উদাহরণ ৪। সমাধান কর :

$5x - 4y = 6$

$x + 2y = 4$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$5x - 4y = 6$ ..... (1)

$x + 2y = 4$ ..... (2)

tanbircox.blogspot.com

এখানে, সমীকরণ (1) কে 1 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$5x - 4y = 6$ ..... (3)

$2x + 4y = 8$ ..... (4)

(3) ও (4) সমীকরণ যোগ করে পাই,

$7x = 14$

বা, $x = \frac{14}{7}$

$\therefore \quad x = 2$

সমীকরণ (2) - এ x - এর মান বসিয়ে পাই,

$2 + 2y = 4$

বা, $2y = 4 - 2$

বা, $2y = 2$

$\therefore \quad y = 1$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 1)

উদাহরণ ৫। সমাধান কর :

$x + 4y = 14$

$7x - 3y = 4$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$x + 4y = 14$ ..... (1)

$7x - 3y = 5$ ..... (2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 4 দ্বারা গুণ করে পাই,

$3x + 12y = 42$ ..... (3)

$28x - 12y = 20$ ..... (4)

$31x = 62$ (যোগ করে)

বা, $x = \frac{62}{31}$

$\therefore \quad x = 2$

এখন x এর মান সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$2 + 4y = 14$

বা, $4y = 14 - 2$

বা, $4y = 12$

বা, $4y = \frac{12}{4}$

$\therefore \quad y = 3$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 3)

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৬। সমাধান কর :

$5x - 3y = 9$
$3x - 5y = -1$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$5x - 3y = 9$ ..... (1)
$3x - 5y = -1$ ..... (2)

সমীকরণ (1) কে 5 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$25x - 15y = 45$ ..... (3)
$9x - 15y = -3$ ..... (4)
(–) (+) (+)

$16x = 48$ (বিয়োগ করে)

বা, $x = \frac{48}{16}$

$\therefore\ x = 3$

সমীকরণ (1) - এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$5 \times 3 - 3y = 9$
বা, $15 - 3y = 9$
বা, $-3y = 9 - 15$
বা, $-3y = -6$
বা, $y = \frac{-6}{-3}$
$\therefore\ y = 2$

tanbircox.blogspot.com

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (3, 2)

অনুশীলনী ৬.১

(ক) প্রতিস্থাপন পদ্ধতিতে সমাধান কর(১- ১২) :

১। $x + y = 4$
$x - y = 2$

২। $2x + y = 5$
$x - y = 1$

৩। $3x + 2y = 10$
$x - y = 0$

৪। $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$

৫। $3x - 2y = 0$
$17x - 7y = 13$

৬। $x - y = 2a$
$ax + by = a^2 + b^2$

৭। $ax+by=ab$
$bx+ay=ab$

৮। $ax-by=ab$
$bx-ay=ab$

৯। $ax-by=a-b$
$bx+ay=a+b$

১০। $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}$
$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$

১১। $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$
$\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=\frac{2}{a}-\frac{1}{b}$

১২। $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}$
$x-y=-1$

১। x + y = 4
x – y = 2

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ
x + y = 4 ..... (1)
x – y = 2 ..... (2)
সমীকরণ (2) হতে পাই,
x = y + 2 ..... (3)
সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,
y + 2 + y = 4
বা, 2y = 4 – 2
বা, 2y = 2
∴ y = 1
এখন সমীকরণ (3) এ y = 1 বসিয়ে পাই,
x = 1 + 2
∴ x = 3

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (3, 1)

২। 2x + y = 5
x – y = 1

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ
2x + y = 5 ..... (1)
x – y = 1 ..... (2)
সমীকরণ (2) হতে পাই,
x = y + 1 ..... (3)
সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,
2(y + 1) + y = 5
বা, 2y + 2 + y = 5
বা, 3y = 5 – 2
বা, 3y = 3
∴ y = 1
এখন সমীকরণ (3) এ y = 1 বসিয়ে পাই,
x = 1 + 1
∴ x = 2

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 1)

৩। 3x +2y = 10
x – y = 0

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ
3x +2y = 10 ..... (1)
x – y = 0 ..... (2)
সমীকরণ (2) হতে পাই,
x = y ..... (3)

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

৪। $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$
$\frac{x}{a}-\frac{y}{b}=\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ
$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ ..... (1)

tanbircox.blogspot.com

$3(y) + 2y = 10$
বা, $3y + 2y = 10$
বা, $5y = 10$
বা, $y = \frac{10}{5}$
$\therefore y = 2$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 2$ বসিয়ে পাই,
$x = 2$
$\therefore x = 2$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 2)

৫। $3x - 2y = 0$
$17x - 7y = 13$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ
$3x - 2y = 0$ ..... (1)
$17x - 7y = 13$ ..... (2)

সমীকরণ (1) হতে পক্ষান্তর করে পাই,
$3x = 2y$
বা, $x = \frac{2y}{3}$ ..... (3)

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (2) বসিয়ে পাই,

$$17.\frac{2y}{3} - 7y = 13$$
বা, $\frac{34y}{3} - 7y = 13$
বা, $\frac{34y - 21y}{3} = 13$
বা, $\frac{13y}{3} = 13$
বা, $13y = 39$
বা, $y = \frac{39}{13}$
$\therefore y = 3$

এখন সমীকরণ (3) - এ $y = 3$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$ ..... (2)

সমীকরণ (2) হতে পাই,
$$\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$
বা, $\frac{x}{a} = \frac{y}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$ ..... (3)

সমীকরণ (3) হতে $\frac{x}{a}$ এর মানটি সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{y}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$
বা, $\frac{2y}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$
বা, $\frac{2y}{b} = \frac{2}{b}$
বা, $2y = 2$ [উভয় পক্ষে b দ্বারা গুণ করে
$\therefore y = 1$

এখন সমীকরণ (3) এ $y = 1$ বসিয়ে পাই,
$$\frac{x}{a} = \frac{1}{b} + \frac{1}{a} - \frac{1}{b}$$
বা, $\frac{x}{a} = \frac{1}{a}$
$\therefore x = 1$ [উভয় পক্ষে a দ্বারা গুণ করে]

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (1, 1)

৬। $x - y = 2a$
$ax + by = a^2 + b^2$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ
$x - y = 2a$ ..... (1)
$ax + by = a^2 + b^2$ ..... (2)

সমীকরণ (1) হতে পক্ষান্তর করে পাই,
$x = 2a + y$ ..... (3)

tanbircox.blogspot.com

$$x = \frac{2 \times 3}{3}$$
$$\therefore x = 2$$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 3)

৭। $ax + by = ab$
$bx + ay = ab$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$ax + by = ab$ ..... (1)

$bx + ay = ab$ ..... (2)

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$ax + by = bx + ay$

বা, $ax - bx = ay - by$

বা, $x(a-b) = y(a-b)$

বা, $x = \frac{y(a-b)}{(a-b)}$

$\therefore x = y$ ..... (3)

সমীকরণ (3) হতে x এর মান (1) বসিয়ে পাই,

$ay + by = ab$

বা, $y(a+b) = ab$

$\therefore y = \frac{ab}{a+b}$

এখন সমীকরণ (3) - এ $y = \frac{ab}{a+b}$ বসিয়ে পাই,

$$x = \frac{ab}{a+b}$$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = $\left(\frac{ab}{a+b}, \frac{ab}{a+b}\right)$

সমীকরণ (3) হতে x এর মানটি সমীকরণ (2) বসিয়ে পাই,

$(2a+y)a + by = a^2 + b^2$

বা, $2a^2 + ay + by = a^2 + b^2$

বা, $y(a+b) = a^2 + b^2 - 2a^2$

বা, $y(a+b) = b^2 - a^2$

বা, $y = \frac{(b+a)(b-a)}{(a+b)}$

বা, $y = \frac{(a+b)(b-a)}{(a+b)}$

$\therefore y = b - a$

এখন সমীকরণ (3) - এ $y = b - a$ বসিয়ে পাই,

$x = b - a + 2a$

$\therefore x = a + b$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (a + b, a – b)

৮। $ax - by = ab$
$bx - ay = ab$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$ax - by = ab$ ..... (1)

$bx - ay = ab$ ..... (2)

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$ax - by = bx - ay$

বা, $ax - bx = by - ay$

বা, $x(a-b) = y(b-a)$

বা, $x = \frac{-y(a-b)}{(a-b)}$

$\therefore x = -y$ ..... (3)

সমীকরণ (3) হতে x এর মান (1) বসিয়ে পাই,

$a(-y) - by = ab$

বা, $-ay - by = ab$

tanbircox.blogspot.com

৯। $ax-by=a-b$
$ax+by=a+b$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$ax-by=a-b$ ..... (1)

$ax+by=a+b$ ..... (2)

সমীকরণ (1) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$ax=a-b+by$

$\therefore x=\frac{a-b+by}{a}$ ..... (3)

সমীকরণ (2) এ x এর মান (1) বসিয়ে পাই,

$a.\frac{a-b+by}{a}+by=a+b$

বা, $a-b+by+by=a+b$

বা, $2by=a+b-a+b$

বা, $2by=2b$

বা, $y=\frac{2b}{2b}$

$\therefore y=1$

এখন, সমীকরণ (3) - এ $y=1$ বসিয়ে পাই,

$x=\frac{a-b+b}{a}$

বা, $x=\frac{a}{a}$

$\therefore x=1$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (1, 1)

বা, $-y(a+b)=ab$

$\therefore y=-\frac{ab}{a+b}$

এখন সমীকরণ (3) - এ $y=-\frac{ab}{a+b}$ বসিয়ে পাই,

$x=-\left(-\frac{ab}{a+b}\right)$

$\therefore x=\frac{ab}{a+b}$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = $\left(\frac{ab}{a+b},\frac{-ab}{a+b}\right)$

১১। $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$

$\frac{x}{b}-\frac{y}{a}=\frac{2}{a}-\frac{1}{a}$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$ ..... (1)

$\frac{x}{b}-\frac{y}{a}=\frac{2}{b}-\frac{1}{a}$ ..... (2)

সমীকরণ (1) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$

বা, $\frac{xb+ay}{ab}=\frac{2b+a}{ab}$

বা, $\frac{xb+ay}{ab}=\frac{2b+a}{ab}$

বা, $xb+ay=2b+a$

বা $xb=2b+a-ay$

tanbircox.blogspot.com

১০। $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}$

$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}$ ..... (1)

$\frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6}$ ..... (2)

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$\frac{1}{x}=\frac{1}{6}+\frac{1}{y}$ ..... (3)

সমীকরণ (3) এর $\frac{1}{x}$ এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$\frac{1}{6}+\frac{1}{y}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}$

বা, $\frac{1}{y}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6}-\frac{1}{6}$

বা, $\frac{1+1}{y}=\frac{5-1}{6}$

বা, $\frac{2}{y}=\frac{4}{6}$

বা, $\frac{2}{y}=\frac{4}{6}$

বা, $4y=12$

বা, $y=\frac{12}{4}$

$\therefore y=3$

$\therefore x=\frac{2b+a-ay}{b}$ ..... (3)

সমীকরণ (2) এর x এর মান বসিয়ে পাই,

$\frac{\frac{2b+a-ay}{b}}{b}-\frac{y}{a}=\frac{2}{b}-\frac{1}{a}$

বা, $\frac{2b+a-ay}{b}\times\frac{1}{b}=\frac{2}{b}-\frac{1}{a}+\frac{y}{a}$

বা, $\frac{2b+a-ay}{b^2}=\frac{2a-b+by}{ab}$

বা, $\frac{2b+a-ay}{b}=\frac{2a-b+by}{a}$

বা, $2ab+a^2-a^2y=2ab-b^2+b^2y$

বা, $a^2-a^2y=2ab-b^2+b^2y-2ab$

বা, $-a^2y-b^2y=-b^2-a^2$

বা, $-y(a^2+b^2)=-(a^2+b^2)$

$\therefore y=1$

এখন, সমীকরণ (3) - এ $y=1$ বসিয়ে পাই,

$x=\frac{2b+a-a(1)}{b}$

বা, $x=\frac{2b+a-a}{b}$

বা, $x=\frac{2b}{b}$

$\therefore x=2$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 1)

১২। $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}$

$x-y=-1$

tanbircox.blogspot.com

এখন, সমীকরণ (3) - এ $y=3$ বসিয়ে পাই,

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}$$

বা, $\frac{1}{x}=\frac{1+2}{6}$

বা, $\frac{1}{x}=\frac{3}{6}$

বা, $\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$

$\therefore x=2$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 3)

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=\frac{a}{2}+\frac{b}{3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$x-y=-1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

সমীকরণ (2) হতে পক্ষান্তর করে পাই,

$$x=y-1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

সমীকরণ (1) এর x এর মান বসিয়ে পাই,

$$\frac{a}{y-1}+\frac{b}{y}=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}$$

বা, $\frac{ay+by-b}{y(y-1)}=\frac{3a+2b}{6}$

বা, $3ay^2+2by^2-3ay-2by=6ay+6by-6b$

বা, $(3a+2b)y^2-(9a+8b)y+6b=0$

বা, $(3a+2b)y^2-(9a+8b)y+6b=0$

বা, $(3a+2b)y^2-(3a+2b)3y-2by+6b=0$

বা, $(3a+2b)(y^2-3y)-2b(y-3)=0$

বা, $(3a+2b)y(y-3)-2b(y-3)=0$

বা, $(y-3)\{(3a+2b)y-2b\}=0$

এখানে,

$y-3=0$

$\therefore y=3$

অথবা, $(3a+2b)y-2b=0$

বা, $(3a+2b)y=2b$

$\therefore y=\frac{2b}{3a+2b}$

y এর মান (3) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x=3-1$

$=2$

যখন $y=3$

অথবা,

$x=\frac{2b}{3a+2b}-1$

যখন $y=\frac{2b}{3a+2b}$

tanbircox.blogspot.com

$$= \frac{2b - 3a - 2b}{3a + 2b}$$

$$= \frac{-3a}{3a + 2b}$$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 3) $\left(\frac{-3a}{3a+2b}, \frac{2a}{3a+2b}\right)$

(খ) অপনয়ন পদ্ধতিতে সমাধান কর (১৩- ২৬) :

১৩। $x - y = 4$
$x + y = 6$

১৪। $2x + 3y = 7$
$6x - 7y = 5$

১৫। $4x + 3y = 15$
$5x + 4y = 19$

১৬। $3x - 2y = 5$
$2x + 3y = 12$

১৭। $4x - 3y = -1$
$3x - 2y = 0$

১৮। $3x - 5y = -9$
$5x - 3y = 1$

১৯। $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3$
$\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$

২০। $x + ay = b$
$ax - by = c$

২১। $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 3$
$x - \frac{y}{3} = 3$

২২। $\frac{x}{3} + \frac{2}{y} = 1$
$\frac{x}{4} - \frac{3}{y} = 3$

২৩। $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = \frac{2}{a} + \frac{1}{b}$
$\frac{x}{b} - \frac{y}{a} = \frac{2}{b} - \frac{1}{a}$

২৪। $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = \frac{a}{2} + \frac{b}{3}$
$x - y = -1$

২৫। $\frac{x}{6} + \frac{2}{y} = 2$
$\frac{x}{4} - \frac{1}{y} = 1$

২৬। $x + y = a - b$
$ax - by = a^2 + b^2$

১৩। $x-y=4$
$x+y=6$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$x-y=4$ ..... (1)
$x+y=6$ ..... (2)

$2x = 10$ (+ করে)

বা, $x=\frac{10}{2}$

$\therefore x=5$

x এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$5+y=6$
বা, $y=6-5$
$\therefore y=1$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (5, 1)

১৫। $4x+3y=15$
$5x+4y=19$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$4x+3y=15$ ..... (1)
$5x+4y=19$ ..... (2)

সমীকরণ (1) কে 4 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$16x+12y=60$ ..... (1)
$15x+12y=57$ ..... (2)

(–) (+) (–)

$x=3$ (– করে)

$\therefore x=3$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$4(3)+3y=15$
বা, $12+3y=15$
বা, $3y=15-12$

১৪। $2x+3y=7$
$6x-7y=5$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$2x+3y=7$ ..... (1)
$6x-7y=5$ ..... (2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই,

$6x+9y=21$ ..... (1)
$6x-7y=5$ ..... (2)

(–) (+) (–)

$16y = 16$ (– করে)

বা, $y=\frac{16}{16}$

$\therefore y=1$

y এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$2x+3.1=7$
বা, $2x+3=7$
বা, $2x=7-3$
বা, $x=\frac{4}{2}$
$\therefore x=2$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 1)

১৬। $3x-2y=5$
$2x+3y=12$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$3x-2y=5$ ..... (1)
$2x+3y=12$ ..... (2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

tanbircox.blogspot.com

বা, $3y = 3$

$\therefore y = 1$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (3, 1)

১৭। $4x - 3y = -1$

$3x - 2y = 0$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$4x - 3y = -1$ ..... (1)

$3x - 2y = 0$ ..... (2)

সমীকরণ (1) কে 2 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 3 দ্বারা গুণ করে পাই,

$8x - 6y = -2$ ..... (1)

$9x - 6y = 0$ ..... (2)

(–) (+) (–)

$-x = -2$ (– করে)

$\therefore x = 2$

x এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$3(2) - 2y = 0$

বা, $6 - 2y = 0$

বা, $-2y = -6$

$\therefore y = 3$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 3)

১৯। $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3$

$\frac{x}{2} - \frac{y}{2} = 1$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 3$

বা, $\frac{x+y}{2} = 3$

$9x - 6y = 15$ ..... (1)

$4x + 6y = 24$ ..... (2)

(–) (+) (–)

$13x = 39$ (+ করে)

বা, $x = \frac{39}{13}$

$\therefore x = 3$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$(3)2 + 3y = 12$

বা, $6 + 3y = 12$

বা, $3y = 12 - 6$

বা, $3y = 6$

$\therefore y = 2$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (3, 2)

১৮। $3x - 5y = -9$

$5x - 3y = 1$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$3x - 5y = -9$ ..... (1)

$5x - 3y = 1$ ..... (2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 5 দ্বারা গুণ করে পাই,

$9x - 15y = -27$ ..... (1)

$25x - 15y = 5$ ..... (2)

(–) (+) (–)

$-16x = -32$ (– করে)

$\therefore x = 2$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$3(2) - 5y = -9$

বা, $6 - 5y = -9$

বা, $-5y = -9 - 6$

বা, $-5y = -15$

$\therefore y = 3$ নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2 3)

tanbircox.blogspot.com

বা, $x+y=6$ ..... (1)

$$\frac{x}{2}-\frac{y}{2}=1$$

বা, $\frac{x-y}{2}=1$

বা, $x-y=2$ ..... (2)

সমীকরণ (1) ও (2) নিচে নিচে লিখে পাই,

$x+y=6$ ..... (1)

$x-y=2$ ..... (2)

(–) (+) (–)

$2x=8$ (+ করে)

বা, $x=\frac{8}{2}$

$\therefore x=4$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$4+y=6$

বা, $y=6-4$

$\therefore y=2$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (4, 2)

২১। $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=3$

$x-\frac{y}{3}=3$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=3$ ..... (1)

$x-\frac{y}{3}=3$ ..... (2)

$x+\frac{x}{2}=6$ (+ করে)

২০। $x+ay=b$

$ax-by=c$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$x+ay=b$ ..... (1)

$ax-by=c$ ..... (2)

সমীকরণ (1) কে a দ্বারা এবং সমীকরণ (2) কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই,

$ax+a^2y=ab$ ..... (1)

$ax-by=c$ ..... (2)

(–) (+) (–)

$a^2y+by=ab-c$ (– করে)

বা, $(a^2+b)y=ab-c$

$\therefore y=\frac{ab-c}{a^2+b}$

y এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$ax-by=c$

বা, $ax=c+by$

বা, $ax=c+b.\frac{ab-c}{a^2+b}$

বা, $ax=c+\frac{ab^2-bc}{a^2+b}$

বা, $ax=\frac{c(a^2+b)+ab^2-bc}{a^2+b}$

বা, $ax=\frac{ca^2+bc+ab^2-bc}{a^2+b}$

বা, $ax=\frac{ca^2+ab^2}{a^2+b}$

বা, $x=\frac{a(ca+b^2)}{a(a^2+b)}$

$\therefore x=\frac{ca+b^2}{a^2+b}$

tanbircox.blogspot.com

বা, $\frac{2x+x}{2}=6$

বা, $2x+x=12$

বা, $3x=12$

বা, $x=\frac{12}{3}$

$\therefore x=4$

x এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$4-\frac{y}{3}=3$

বা, $-\frac{y}{3}=3-4$

বা, $-\frac{y}{3}=-1$

বা, $-y=-3$

$\therefore y=3$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (4, 3)

২৩। $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$

$\frac{x}{b}-\frac{y}{a}=\frac{2}{b}-\frac{1}{a}$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$ ..... (1)

$\frac{x}{b}-\frac{y}{a}=\frac{2}{b}-\frac{1}{a}$ ..... (2)

সমীকরণ (1) কে b দ্বারা এবং (2) নং কে a দ্বারা গুণ করে পাই,

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = $\left(\frac{ca+b^2}{a^2+b}, \frac{ab-c}{a^2+b}\right)$

২২। $\frac{x}{3}+\frac{2}{y}=1$

$\frac{x}{4}-\frac{3}{y}=3$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{3}+\frac{2}{y}=1$ ..... (1)

$\frac{x}{4}-\frac{3}{y}=3$ ..... (2)

সমীকরণ (1) কে 3 দ্বারা এবং (2) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$x+\frac{6}{y}=3$ ..... (3)

$\frac{x}{2}-\frac{6}{y}=6$ ..... (4)

$x+\frac{x}{2}=9$ (+ করে)

বা, $\frac{2x+x}{2}=9$

বা, $2x+x=18$

বা, $3x=18$

বা, $x=\frac{18}{3}$

$\therefore x=6$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$\frac{6}{3}+\frac{2}{y}=1$

tanbircox.blogspot.com

$$\frac{bx}{a}+y=\frac{2b}{a}+1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

$$\frac{ax}{b}-y=\frac{2a}{b}-1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

$$\frac{bx}{a}+\frac{bx}{b}=\frac{2b}{a}+\frac{2a}{b} \quad (+ \text{ করে })$$

বা, $\frac{b^2x+a^2x}{ab}=\frac{2b^2+2a^2}{ab}$

বা, $x(b^2+a^2)=2(b^2+a^2)$

বা, $x=2\frac{(b^2+a^2)}{(b^2+a^2)}$

$\therefore x=2$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{2}{a}+\frac{y}{b}=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$$

বা, $\frac{y}{b}=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}-\frac{2}{a}$

বা, $\frac{y}{b}=\frac{a}{ab}$

বা, $\frac{y}{b}=\frac{1}{b}$

$\therefore y=1$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2, 1)

বা, $\frac{2}{y}=1-\frac{6}{3}$

বা, $\frac{2}{y}=1-2$

বা, $\frac{2}{y}=-1$

$\therefore y=-2$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (4, 3)

২৪। $\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}$

$x-y=-1$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}=\frac{a}{2}+\frac{b}{3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$x-y=-1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

সমীকরণ (2) নং হতে,

$x=y-1$

বা, $\frac{1}{x}=\frac{1}{y-1}$ [উভয় পক্ষের বিপরীত রাশি নিয়ে]

বা, $\frac{a}{x}=\frac{a}{y-1}$ [উভয় পক্ষকে a দ্বারা গুণ করে]

$\therefore \frac{a}{x}=\frac{a}{y-1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$

সমীকরণ (1) হতে সমীকরণ (3) বিয়োগ করে পাই,

$$\frac{a}{x}+\frac{b}{y}-\frac{a}{x}=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}-\frac{a}{y-1}$$

বা, $\frac{a}{y-1}+\frac{b}{y}=\frac{a}{2}+\frac{b}{3}$

tanbircox.blogspot.com

২৫। $\frac{x}{6}+\frac{2}{y}=2$

$\frac{x}{4}-\frac{1}{y}=1$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$\frac{x}{6}+\frac{2}{y}=2$ ..... (1)

$\frac{x}{4}-\frac{1}{y}=1$ ..... (2)

সমীকরণ (1) কে 1 দ্বারা এবং (2) নং কে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$\frac{x}{6}+\frac{2}{y}=2$ ..... (3)

$\frac{x}{2}-\frac{2}{y}=2$ ..... (4)

$\frac{x}{6}+\frac{x}{2}=4$ (+ করে)

বা, $\frac{x+3x}{6}=4$

বা, $4x=24$

বা, $x=\frac{24}{4}$

$\therefore x=6$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$\frac{6}{6}+\frac{2}{y}=2$

বা, $\frac{2}{y}=2-1$

বা, $\frac{2}{y}=1$

$\therefore y=2$ নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (6, 2)

বা, $\frac{ay+by-b}{y(y-1)}=\frac{3a+2b}{6}$

বা, $\frac{ay+by-b}{(y^2-y)}=\frac{3a+2b}{6}$

বা, $3ay^2+2by^2-3ay-2by=6ay+6by-6b$

বা, $(3a+2b)y^2-(9a+6b)y+6b=0$

বা, $(3a+2b)y^2-(3a+2b)3y-2by+6b=0$

বা, $(3a+2b)(y^2-3y)-2b(y-3)=0$

বা, $(3a+2b)y(y-3)-2b(y-3)=0$

বা, $(y-3)\{(3a+2b)y-2b\}=0$

বা, $y-3=0$ অথবা $(3a+2b)y-2b=0$

$\therefore y=3$ | $(3a+2b)y-2b=0$

বা, $(3a+2b)y=2b$

$\therefore y=\frac{2b}{3a+2b}$

এর মান (3) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x=3-1$ | যখন y = 3

$\therefore x=2$

আবার,

$x=\frac{2b}{3a+2b}-1$ | যখন

$y=\frac{2b}{3a+2b}$

বা, $x=\frac{2b-3a-2b}{3a+2b}$

$x=\frac{-3a}{3a+2b}$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (2,3), $\left(\frac{-3a}{3a+2b},\frac{2b}{3a+2b}\right)$

tanbircox.blogspot.com

২৬। $x+y=a-b$

$ax-by=a^2+b^2$

সমাধান :

প্রদত্ত সমীকরণ

$x+y=a-b$ ..... (1)

$ax-by=a^2+b^2$ ..... (2)

সমীকরণ (1) কে b দ্বারা এবং (2) নং কে 1 দ্বারা গুণ করে পাই,

$bx+by=ab-b^2$ ..... (3)

$ax-by=a^2+b^2$ ..... (4)

$bx+ax=ab+a^2$ (+ করে)

বা, $x(b+a)=a(b+a)$

$\therefore x=a$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$a+y=a-b$

বা, $y=a-a-b$

$\therefore y=-b$

নির্ণেয় সমাধান (x, y) = (a, – b)

tanbircox.blogspot.com

ষষ্ঠ অধ্যায় 6.2 বাস্তবভিত্তিক সমস্যার সহসমীকরণ গঠন ও সমাধান

উদাহরণ ১। দুইটি সংখ্যার যোগফল 60 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যা দুইটি নির্ণয় কর।

মনেকরি, সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে x ও y

প্রথম শর্তানুসারে, $x+y=60$.....(1)

প্রথম শর্তানুসারে, $x-y=20$.....(2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$2x=80$$

বা, $x=\frac{80}{2}$

$\therefore x=40$

আবার,

সমীকরণ (1) হতে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই

$$2y=40$$

বা, $y=\frac{40}{2}$

$\therefore y=20$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 40 ও 20 ।

উদাহরণ ২। ফাইয়াজা ও আয়াজের কতগুলো আপেল কুল ছিল। ফাইয়াজের আপেল কুল থেকে আয়াজকে 10টি আপেল কুল দিলে আয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা ফাইয়াজের আপেল কুলের সংখ্যার তিনগুণ হতো। আর আয়াজের আপেল কুল থেকে ফাইয়াজকে 20টি দিলে ফাইয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা আয়াজের সংখ্যা দ্বিগুণ হতো। কার কতগুলো আপেল কুল ছিল?

সমাধান :

মনেকরি, ফাইয়াজের আপেল কুল সংখ্যা x টি

এবং আয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা y টি

প্রথম শর্তানুসারে,

$y+10=3(x-10)$

বা, $y+10=3x-30$

বা, $3x-y=30+10$

বা, $3x-y=40$.....(1)

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$x+20=2(y-20)$

বা, $x+20=2y-40$

বা $x-2y=-40-20$

বা, $x-2y=-60$ .....(2)

সমীকরণ (1) কে (2) দ্বারা গুণ করে তা থেকে সমীকরণ (2) বিয়োগ করে পাই,

$5x=140$

বা, $x=\frac{140}{5}$

$\therefore x=28$

x - এর মান সমীকরণ (1) - এ বসিয়ে পাই,

$3\times 28-y=40$

বা, $-y=40-84$

বা, $-y=-44$

$\therefore y=44$

সুতারাং, ফাইয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা 28 টি আর আয়াজের আপেল কুলের সংখ্যা 44টি

উদাহরণ ৩। 10 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল 4 : 1। 10 বছর পরে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে 2 : 1। পিতা ও পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, পিতার বর্তমান বয়স x বছর

এবং পুত্রের বর্তমান বয়স y বছর

প্রথম শর্তানুসারে,

$(x-10):(y-10)=4:1$

বা, $\frac{x-10}{y-10}=\frac{4}{1}$

বা, $x-10=4y-40$

বা, $x-4y=-40+10$

$\therefore x-4y=-30$ .....(1)

দ্বিতীয় শর্তানুসারে,

$(x+10):(y+10)=2:1$

বা, $\frac{x+10}{y+10}=\frac{2}{1}$

বা, $x+10=2y+20$

বা, $x-2y=20-10$

$\therefore x-2y=10$ .....(2)

tanbircox.blogspot.com

সমীকরণ (1)ও (2) হতে পাই,

$$x-4y=-30$$
$$x-2y=10$$
$$-2y=-40 \qquad [\text{ বিয়োগ করে পাই }]$$

বা, $y=\dfrac{-40}{-20}$

$\therefore y=20$

y এর মান সমীকরণ (2) - এ বসিয়ে পাই,

$$x-2\times 20=10$$

বা, $x-40=10$

বা, $x=10+40$

$\therefore x=50$

সুতারাং, পিতার বর্তমান বয়স 50 বছর এবং পুত্রের বর্তমান বয়স 20 বছর।

উদাহরণ ৪। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের সমষ্টির সাথে 7 যোগ করলে যোগফল দশক স্থানীয় অঙ্কটির তিনগুণ হয়। কিন্তু সংখ্যাটি থেকে 18 বাদ দিলে অঙ্কদ্বয় স্থান পরিবর্তন করে। সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনেকরি, দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্কটি x

এবং দশক স্থানীয় অঙ্কটি y

$\therefore$ সংখ্যাটি $=x+10y$

১ম শর্তানুসারে, $x+y+7=3y$

বা, $x+y-3y=-7$

বা, $x-2y=-7$ .....(1)

২য় শর্তানুসারে, $x+10y-18=y+10x$

বা, $x+10y-y-10x=18$

বা, $9y-9x=18$

বা, $9(y-x)=18$

বা, $y-x=\dfrac{18}{9}$

$\therefore y-x=2$ .....(2)

(1) ও (2) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$-y = -5$$

$$\therefore y = 5$$

y এর মান (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$$x - 2\times 5 = -7$$

বা, $x = -7 + 10$

$$\therefore x = 3$$

নির্ণেয় সংখ্যাটি $= 3 + 10 \times 5$

$= 3 + 50$

$= 53$

উদাহরণ ৫। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 7 যোগ করলে ভগ্নাংশটির মান 2 হয় এবং হর থেকে 2 বাদ দিলে ভগ্নাংশটির মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}$, $y \neq 0$.

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+7}{y} = 2$

বা, $x + 7 = 2y$

বা, $x - 2y = -7$ .....(1)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x}{y-2} = 1$

বা, $x = y - 2$

বা, $x - y = -2$ .....(2)

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$x - 2y = -7$$

$$x - y = -2$$

$$-y = -5 \qquad [\text{ বিয়োগ করে }]$$

$$\therefore y = 5$$

আবার, $y = 5$ সমীকরণ (2) - এ বসিয়ে পাই,

$$x - 5 = -2$$

$$\therefore x = 3$$

নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\frac{3}{5}$

tanbircox.blogspot.com

অনুশীলনী ৬.২

১। দুইটি সংখ্যার যোগফল 100 এবং বিয়োগফল 20 হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, সংখ্যা দুইটি x ও y

১ম শর্তানুসারে, $x+y=100$ .....(1)

২য় শর্তানুসারে, $x-y=20$ .....(2)

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$$2x=120$$

বা, $x=\frac{120}{2}$

$\therefore x=60$

x এর মান সমীকরণ (1) এ বসিয়ে পাই,

$$60+y=100$$

বা, $y=100-60$

$\therefore y=40$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 60 ও 40.

২। দুইটি সংখ্যার যোগফল 160 এবং একটি অপরটির তিনগুণ হলে, সংখ্যাটি দুইটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, একটি সংখ্যা x

অপর সংখ্যাটি $3x$

প্রশ্নমতে,

$$x+3x=160$$

বা, $4x=160$

বা, $x=\frac{160}{4}$

$\therefore x=40$

$\therefore$ একটি সংখ্যা 40 এবং অপর সংখ্যাটি $40\times3=120$

নির্ণেয় সংখ্যা দুইটি 120, 40.

tanbircox.blogspot.com

৩। দুইটি সংখ্যার প্রথমটির তিনগুণের সাথে দ্বিতীয়টির দুইগুণ যোগ করলে 59 হয়। আবার, প্রথমটির দুইগুণ থেকে দ্বিতীয়টি বিয়োগ করলে 9 হয়। সুংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রথম সংখ্যা x

দ্বিতীয় সংখ্যা y

১ম শর্তানুসারে, $3x+2y=59$ .....(1)

২য় শর্তানুসারে, $2x-y=9$ .....(2)

(2) সমীকরণ থেকে পক্ষান্তর করে পাই,

$$-y=9-2x$$

বা, $y=2x-9$ .....(3)

সমীকরণ (1) এ y মান বসিয়ে পাই,

$$3x+2(2x-9)=59$$

বা, $3x+4x-18=59$

বা, $7x=59+18$

বা, $7x=77$

বা, $x=\frac{77}{7}$

$\therefore x=11$

x এর মান সমীকরণ (3) এ বসিয়ে পাই,

$$y=2\times11-9$$

বা, $y=22-9$

$\therefore y=13$

নির্ণেয় প্রথম ও দ্বিতীয় সংখ্যাদ্বয় যথাক্রমে 11 ও 13.

৪। 5 বছর পূর্বে পিতা ও পুত্রের বয়সের অনুপাত ছিল 3 : 1 এবং 15 বছর পর পিতা- পুত্রের বয়সের অনুপাত হবে, 2 : 1। পিতা এবং পুত্রের বর্তমান বয়স নির্ণয় কর।

সমাধান :

বর্তমানে পিতার বয়স x বছর

এবং পুত্রের বয়স y বছর

১ম শর্তনুসারে, $(x-5):(y-5)=3:1$

বা, $\frac{x-5}{y-5}=\frac{3}{1}$

বা, $x-5=3y-15$

বা, $x-3y=5-15$

tanbircox.blogspot.com

বা, $x-3y=-10$ .....(1)

২য় শর্তনুসারে, $(x+15):(y+15)=2:1$

বা, $\frac{x+15}{y+15}=\frac{2}{1}$

বা, $x+15=2y+30$

বা, $x-2y=30-15$

বা, $x-2y=15$ .....(2)

সমীকরণ (1) ও সমীকরণ (2) হতে পাই

$$\begin{array}{r} x-3y=-10 \\ x-2y=15 \\ \hline -y=-25 \quad [\text{ বিয়োগ করে }] \\ \therefore y=25 \end{array}$$

y এর এই মান (2) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$x-2\times 25=15$

বা, $x-50=15$

বা, $x=15+50$

$\therefore x=65$

সুতারাং বর্তমানে পিতার বয়স 65 বছর এবং পুত্রের বয়স 25 বছর।

৫। কোনো ভগ্নাংশের লবের সাথে 5 যোগকরলে এর মান 2 হয়। আবার, হর থেকে 1 বিয়োগ করলে এর মান 1 হয়। ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}, y\neq 0$

১ম শর্তানুসারে, $\frac{x+5}{y}=2$

বা, $x+5=2y$

বা, $x-2y=-5$.....(1)

২য় শর্তানুসারে, $\frac{x}{y-1}=1$

বা, $x=y-1$

বা, $x-y=-1$.....(2)

সমীকরণ (1) ও (2) হতে পাই,

$$x-2y=-5$$
$$x-y=-1$$
$$-y=-4 \quad [\text{ বিয়োগ করে }]$$
$$\therefore y=4$$

y এর মান (1) সমীকরণে বসিয়ে পাই,

$$x-2\times4=-5$$
$$\text{বা, } x=8-5$$
$$\therefore x=3$$

নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\frac{3}{4}$.

৬। কোনো প্রকৃত ভগ্নাংশের লব এবং হরের যোগফল 14 এবং বিয়োগফল 8 হলে, ভগ্নাংশটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রকৃত ভগ্নাংশটি $\frac{x}{y}; x<y$

১ম শর্তানুসারে, $x+y=14$.....(1)

২য় শর্তানুসারে, $y-x=8$ .....(2)

$$2y=22 \quad [\text{যোগ করে}]$$
$$\text{বা, } 2y=22$$
$$\text{বা, } y=\frac{22}{2}$$
$$\therefore y=11$$

y এর মান সমীকরণে (1) বসিয়ে পাই,

$$x+11=14$$
$$\text{বা, } x=14-11$$
$$\therefore x=3$$
$$\therefore \text{ভগ্নাংশটি } \frac{3}{11}$$

নির্ণেয় প্রকৃত ভগ্নাংশটি $\frac{3}{11}$.

tanbircox.blogspot.com

৭। দুই অঙ্কবিশিষ্ট কোনো সংখ্যার অঙ্কদ্বয়ের যোগফল 10 এবং বিয়োফল 4 হলে, সংখ্যাটি নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির একক স্থানীয় অঙ্কটি x

এবং দুই অঙ্কবিশিষ্ট সংখ্যাটির দশক স্থানীয় অঙ্কটি y

$\therefore$ সংখ্যাটি $10y + x$

১ম শর্তানুসারে, $x + y = 10$ .....(1)

২য় শর্তানুসারে, $x - y = 4$ .....(2)

$2x = 14$ [যোগ করে]

বা, $x = \frac{14}{2}$

$\therefore x = 7$

x এর মান সমীকরণে (1) বসিয়ে পাই,

$7 + y = 10$

বা, $y = 10 - 7$

$\therefore y = 3$

নির্ণেয় সংখ্যাটি $= 10 \times 3 + 7$

$= 37$

৮। একটি আয়কার ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য প্রস্থ অপেক্ষা 25 মিটার বেশি। আয়কার ক্ষেত্রটির পরিসীমা 150 মিটার হলে, ক্ষেত্রটির দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, আয়তকার ক্ষেত্রটির প্রস্থ x মিটার

তাহলে, " " দৈর্ঘ্য (x + 25) মিটার

আমরা জানি, আয়তকার ক্ষেত্রের পরিসীমা = 2(দৈর্ঘ্য + প্রস্থ)

শর্তমতে, $2(x + x + 25) = 150$

বা, $2(2x + 25) = 150$

বা, $2x + 25 = \frac{150}{2}$

বা, $2x + 25 = 75$

বা, $2x = 75 - 25$

বা, $2x = 50$

বা, $x = \frac{50}{2}$

$\therefore x = 25$

প্রস্থ 25 মিটার এবং দৈর্ঘ্য (25+25) মিটার বা 50 মিটার। নির্ণেয় দৈর্ঘ্য 50 মিটার এবং প্রস্থ 25 মিটার

৯। একজন বালক দোকান থেকে 15টি খাতা ও 10টি পেন্সিল 300 টাকা দিয়ে ক্রয় করলো। আবার অন্য একজন বালক একই দোকান থেকে 10টি খাতা ও 15 টি পেন্সিল 250 টাকায় ক্রয়কলো। খাতা ও পেন্সিলের মূল্য নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রতিটি খাতার মূল্য x টাকা

এবং " পেন্সিলের " y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $15x+10y=300$ .....(1)

২য় শর্তানুসারে, $10x+15y=250$ .....(2)

(1) নং সমীকরণকে 3 দ্বারা এবং (2) নং সমীকরণকে 2 দ্বারা গুণ করে পাই,

$45x+30y=900$ .....(3)

$20x+30y=500$ .....(4)

$25x=400$ [বিয়োগ করে]

বা, $x=\frac{400}{25}$

$\therefore x=16$

x এর মান সমীকরণ (1) নং এ বসিয়ে পাই,

$15\times16+10y=300$

বা, $10y=300-240$

বা, $y=\frac{60}{10}$

$\therefore y=6$

নির্ণেয় খাতার মূল্য 16 টাকা এবং পেন্সিলের মূল্য 6 টাকা।

১০। একজন লোকের নিকট 5000 টাকা আছে। তিনি উক্ত টাকা দুই জনের মধ্যে এমনভাবে ভাগ করে দিলেন যেন, প্রথম জনের টাকা দ্বিতীয় জনের 4 গুণ হয়। আবার প্রথম জন থেকে 1500 টাকা দ্বিতীয় জনকে দিলে উভয়ের টাকার পরিমাণ সমান হয়। প্রত্যেকের টাকার পরিমাণ নির্ণয় কর।

সমাধান :

মনে করি, প্রথম জন পায় x টাকা

এবং দ্বিতীয় জন পায় y টাকা

১ম শর্তানুসারে, $x+y=5000$ .....(1)

২য় শর্তানুসারে, $x-1500=y+1500$

বা, $x-y=3000$ .....(2)

tanbircox.blogspot.com

(1) ও (2) নং সমীকরণকে যোগ করে করে পাই,

$$x+y=5000$$
$$x-y=3000$$
$$2x=8000 \quad [\text{ যোগ করে }]$$

বা, $x=\frac{8000}{2}$

$\therefore x=4000$

সমীকরণ (1) এ x এর মান বসিয়ে পাই,

$4000+y=5000$

বা, $y=5000-4000$

$\therefore y=1000$

সুতারাং প্রথম জন পাবে 4000 টাকা এবং দ্বিতীয় জন পাবে 1000 টাকা।

১১। লেখের সাহায্যে সমাধান কর :

ক. $x+y=6$, $x-y=2$

খ. $x+4y=11$, $4x-y=10$

গ. $3x+2y=21$, $2x-3y=1$

ঘ. $x+2y=1$, $x-y=7$

ঙ. $x-y=0$, $x+2y=-15$

চ. $4x-3y=11$, $3x-4y=-2$

12. $2x-y=5$ এবং $4x-2y=7$ সরল সমীকরণ।

(ক) লেখচিত্র অঙ্কনের জন্য সংক্ষিপ্ত বর্ণনা দাও

(খ) লেখচিত্র থেকে সমাধান নির্ণয় কর।

(গ) নির্ণেয় সমাধান- এর ব্যাখ্যা দাও।

tanbircox.blogspot.com

www.facebook.com/tanbir.ebooks

সপ্তম অধ্যায় ৭ সেট

উদাহরণ ১ : প্রথম পাঁচটি বিজোড় সংখ্যার সেট A হলে, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

কাজ :
১। সার্কভুক্ত দেশগুলোর নামের সেট লেখ।
২। 1 থেকে 20 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাসমূহের সেট লেখ।
৩। 300 ও 400 - এর মধ্যে অবস্থিত 3 দ্বারা বিভাজ্য যেকোনো চারটি সংখ্যার সেট লেখ।

১। সার্কভুক্ত দেশগুলোর নামের সেট লেখ।

সমাধান :

সার্কভুক্ত দেশগুলোর নামের সেট S হলে,
S = {ভারত, পাকিস্তান, বাংলাদেশ, শীলংকা, নেপাল, ভূটান, মালদ্বীপ, আফগানিস্তান}

২। 1 থেকে 20 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাসমূহের সেট লেখ।

সমাধান :

1 থেকে 20 পর্যন্ত মৌলিক সংখ্যাসমূহের সেট P হলে,
P = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}

৩। 300 ও 400 - এর মধ্যে অবস্থিত 3 দ্বারা বিভাজ্য যেকোনো চারটি সংখ্যার সেট লেখ।

সমাধান :

300 থেকে 400 এর মধ্যে অবস্থিত 3 দ্বারা বিভাজ্য সংখ্যা হল 303, 306, 309, 312, 315, 318, ... এরূপ চারটি সংখ্যার সেট A হলে,
A = {303, 306, 309, 312}

উদাহরণ ২ : $P = \{4, 8, 12, 16, 20\}$ সেটটির সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর?

সমাধান :

P সেটের উপাদানসমূহ 4, 8, 12, 16, 20।
এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান জোড় সংখ্যা, 4- এর গুণিতক এবং 20 - এর বড় নয়।
$\therefore$ $P = \{ x : x$ স্বাভাবিক সংখ্যা, 4 এর গুণিতক এবং $x \leq 20 \}$

উদাহরণ ৩ : $Q = \{ x : x$, 42 - এর সকল গুণনীয়ক $\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

Q সেটটি 42 - এর গুণনীয়কসমূহের সেট।
এখানে, $42 = 1 \times 42$
$= 2 \times 21$
$= 3 \times 14$
$= 6 \times 7$

$\therefore$ 42 - এর গুণীয়কসমূহ 1, 2, 3, 6, 7, 21, 42.
সুতারাং, নির্ণেয় সেট Q = { 1, 2, 3, 6, 7, 21, 42 }

www.facebook.com/tanbir.cox www.tanbircox.blogspot.com

কাজ :

১। $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

২। $B = \{x : x, 24 \text{ - এর গুণনীয়ক}\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

১। $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ সেটটিকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

A সেটের উপাদানসমূহ 3, 6, 9, 12, 15, 18।

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 3 - এর গুণিতক এবং 20 - এর বড় নয়।

$\therefore$ $P = \{ x : x \text{ স্বাভাবিক সংখ্যা, } 3 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 20 \}$

২। $B = \{x : x, 24 \text{ - এর গুণনীয়ক}\}$ সেটটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

B সেটটি 24 - এর গুণনীয়কসমূহের সেট।

এখানে, $24 = 1 \times 24$

$= 2 \times 12$

$= 3 \times 8$

$= 4 \times 6$

$\therefore$ 24 - এর গুণীয়কসমূহ 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

সুতারাং, নির্ণেয় সেট $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৪ : $A = \{ 1, 2, 3\}$ - এর উপসেট সমূহ লেখ।

সমাধান :

A সেটের উপসেট সমূহ নিম্নরূপ :

$\{ 1, 2, 3 \}, \{ 1, 2 \}, \{ 2, 3 \}, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 3 \}, \emptyset$

উদাহরণ ৫ : $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$, $B = \{ 1, 3, 5\}$, $C = \{ 3, 4, 5, 6 \}$ হলে, সার্বিক সেট নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$, $B = \{ 1, 3, 5\}$, $C = \{ 3, 4, 5, 6 \}$

এখানে, B সেটের উপাদান 1, 3, 5 এবং C সেটের উপাদান 3, 4, 5, 6 যা A সেটে বিদ্যমান।

$\therefore$ B এবং C সেটের সাপেক্ষে সার্বিক সেট A .

উদাহরণ ৬ : $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, এবং $A = \{2, 4, 6\}$, হলে A^C নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

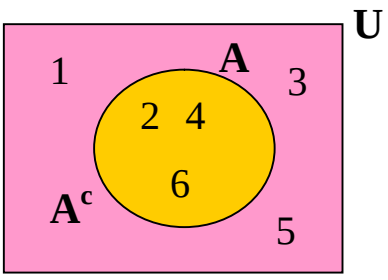
এবং $A = \{2, 4, 6\}$

$A^C = A$ - এর পূরক সেট

$= A$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট।

$= \{1, 3, 5\}$

নির্ণেয় সেট $A^C = \{1, 3, 5\}$



কাজ :

$A = \{a, b, c\}$ হলে, A - এর উপসেটসমূহ নির্ণয় কর এবং যেকোনোতিনটি উপসেট লিখে এদের পূরক সেট নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে,

দেওয়া আছে, $A = \{a, b, c\}$

A এর উপসেটগুলো নিম্নরূপ:

$\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}, \emptyset$

A সেটের তিনটি উপসেট $A1 = \{a\}$, $A2 = \{a, b\}$ এবং $A3 = \{b, c\}$

$\therefore A1^c$ = A1 - এর পূরক সেট

= A1 - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

$= \{b, c\}$

$\therefore A2^c$ = A2 - এর পূরক সেট

= A2 - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

$= \{c\}$

$\therefore A3^c$ = A3 - এর পূরক সেট

= A3 - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

$= \{a\}$

উদাহরণ ৭ : $C = \{$ রাজ্জাক, সাকিব, অলোক $\}$ এবং $D = \{$ অলোক, মুশফিক $\}$ হলে, $C \cup D$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $C = \{$ রাজ্জাক, সাকিব, অলোক $\}$

এবং $D = \{$ অলোক, মুশফিক $\}$

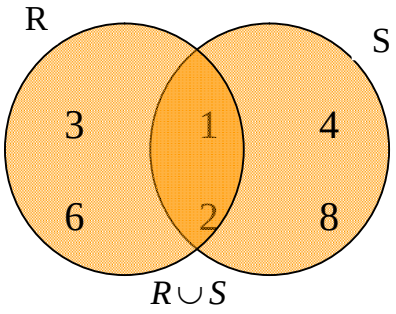
$\therefore C \cup D = \{$ রাজ্জাক, সাকিব, অলোক, অলোক, মুশফিক $\}$

tanbircox.blogspot.com

উদাহরণ ৮ : R = { x : x, 6- এর গুণনীয়কসমূহ } এবং S = { x : x, 8 - এর গুণনীয়কসমূহ } হলে, $R \cup S$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

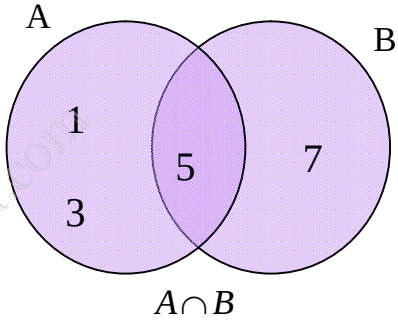
দেওয়া আছে, R = { x : x, 6- এর গুণনীয়কসমূহ }
$= \{1, 2, 3, 6\}$
এবং S = { x : x, 8 - এর গুণনীয়কসমূহ }
$= \{1, 2, 4, 8\}$
$\therefore R \cup S = \{1, 2, 3, 6\} \cup \{1, 2, 4, 8\}$
$= \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$



উদাহরণ ৯ : $A = \{1, 3, 5\}$ এবং $B = \{5, 7\}$ হলে, $A \cap B$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{1, 3, 5\}$
এবং $B = \{5, 7\}$
$\therefore A \cap B = \{1, 3, 5\} \cap \{5, 7\}$
$= \{5\}$



উদাহরণ ১০ : P = { x : x, 2- এর গুণিতক এবং $x \leq 8$} এবং Q = { x : x, 4- এর গুণিতক এবং $x \leq 12$} হলে, $P \cap Q$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, P = { x : x, 2 - এর গুণিতক এবং $x \leq 8$}
$= \{2, 4, 6, 8\}$
এবং Q = { x : x, 4 - এর গুণিতক এবং $x \leq 8$}
$= \{4, 8, 12\}$
$\therefore P \cap Q = \{2, 4, 6, 8\} \cap \{4, 8, 12\}$
$= \{4, 8\}$

কাজ :

$U = \{1, 2, 3, 4\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, $C = \{1, 3\}$
$U \cap A$, $C \cap A$ এবং $B \cup C$ সেটগুলোকে ভেনচিত্রে প্রদর্শন কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে,
$U = \{1, 2, 3, 4\}$,

$A = \{1, 2, 3\}$,
$B = \{2, 3, 4\}$,
$C = \{1, 3\}$
$\therefore U \cap A = \{1, 2, 3\}$
$\therefore C \cap A = \{1, 3\}$
$\therefore B \cup C = \{1, 2, 3, 4\}$

উদাহরণ ১১ : $A = \{ x : x,$ বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $1 < x < 7\}$ এবং $B = \{x : x, 8$ - এর গুণনীয়কসমূহ$\}$ হলে, দেখাও যে, A ও B সেটদ্বয় পরস্পর নিশ্ছদ সেট।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{ x : x,$ বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $1 < x < 7\}$
$= \{3, 5\}$
এবং $B = \{x : x, 8$ - এর গুণনীয়কসমূহ$\}$
$= \{1, 2, 4, 8\}$

$\therefore A \cap B = \{3, 5\} \cap \{1, 2, 4, 8\}$
$= \varnothing$

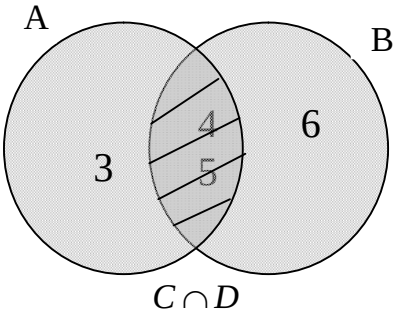
সুতারাং, A ও B সেটদ্বয় পরস্পর নিশ্ছেদ সেট।

উদাহরণ ১২ : $C = \{ 3, 4, 5\}$ এবং $D = \{4, 5, 6\}$ হলে, $C \cup D$ এবং $C \cap D$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $C = \{ 3, 4, 5\}$
এবং $D = \{4, 5, 6\}$

$\therefore C \cup D = \{ 3, 4, 5\} \cup \{4, 5, 6\}$
$= \{3, 4, 5, 6\}$
এবং $C \cap D = \{ 3, 4, 5\} \cap \{4, 5, 6\}$
$= \{4, 5\}$



কাজ :

$P = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এবং $Q = \{4, 6, 8\}$ হলে,
১। $P \cup Q$ এবং $P \cap Q$ নির্ণয় কর।
২। $P \cup Q$ এবং $P \cap Q$ কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

$P = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ এবং $Q = \{4, 6, 8\}$ হলে,
১। $P \cup Q$ এবং $P \cap Q$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে,
$P = \{ 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

এবং $Q = \{4, 6, 8\}$

$\therefore P \cup Q = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$\therefore P \cap Q = \{4, 6\}$

২। $P \cup Q$ এবং $P \cap Q$ কে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

$P \cup Q$ সেটের উপাদানসমূহ 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8।

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান স্বাভাবিক সংখ্যা 2 থেকে ছোট নয় ও 8 - এর বড় নয়।

$\therefore P \cup Q = \{ x : x$ স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $2 \leq x \leq 8 \}$

সমাধান :

$P \cap Q$ সেটের উপাদানসমূহ 4, 6।

এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান 2 - এর গুণিতক এবং 4 থেকে ছোট নয় ও 6 - এর বড় নয়।

$\therefore P \cap Q = \{ x : x$ স্বাভাবিক সংখ্যা 2 এর গুণিতক এবং $4 \leq x \leq 6 \}$

উদাহরণ ১৩ : $E = \{x : x,$ মৌলিক সংখ্যা এবং $x < 30\}$ সেটটি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

সমাধান :

নির্ণেয় সেটটি হবে 30 অপেক্ষা ছোট মৌলিক সংখ্যাসমূহের সেট।

এখানে, 30 অপেক্ষা ছোট মৌলিক সংখ্যাসমূহ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29

নির্ণেয় সেট = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 29}

উদাহরণ ১৪ : A ও B যথাক্রমে 42 ও 70 - এর সকল গুণনীয়কের সেট হলে, $A \cap B$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

এখানে, $42 = 1 \times 42$

$= 2 \times 21$

$= 3 \times 14$

$= 6 \times 7$

42 - এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42

$\therefore A = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$

আবার, $70 = 1 \times 70$

$= 2 \times 35$

$= 5 \times 14$

$= 7 \times 10$

70- এর গুণনীয়কসমূহ 1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70

$\therefore B = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$

$\therefore A \cap B = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\} \cap \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$

$= \{1, 2, 7, 14\}$

tanbircox.blogspot.com

অনুশীলনী ৭

১। নিচের সেটগুলোকে তালিকা পদ্ধতি প্রকাশ কর

(ক) { x : x, বিজোড় সংখ্যা এবং 3 < x < 15}

(খ) {x : x, 48 - এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ}

(গ) {x : x, 3 - এর গুণিতক এবং x <36 }

(ঘ) { x : x, পূর্ণ সংখ্যা এবং $x^2 < 10$}

(ক) { x : x, বিজোড় সংখ্যা এবং 3 < x < 15}

সমাধান :

ধরি, A={ x : x, বিজোড় সংখ্যা এবং 3 < x < 15}

A সেটটির উপাদান বিজোড় সংখ্যাসমূহ যা 3 এর চেয়ে বড় এবং 15 এর ছোট।

∴ 3 থেকে বড় এবং 15 এর চেয়ে ছোট বিজোড় সংখ্যাসমূহ 5, 7, 9, 11, 13

নির্ণেয় সেট A = {5, 7, 9, 11, 13 }

(খ) {x : x, 48 - এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ}

সমাধান : মনে করি,

সেট A={ x : x, 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ }

A সেটটি 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ।

এখানে, 48 =1 × 48

= 2 × 24

= 3 × 16

= 4 × 12

= 6 × 8

∴ 48 এর গুণনীয়ক হল, {1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48}

∴ 48 এর মৌলিক গুণনীয়কসমূহ 2, 3

নির্ণেয় সেট A = {2, 3 }

(গ) {x : x, 3 - এর গুণিতক এবং x < 36 }

সমাধান : মনে করি,

সেটটি A, সেটটি 3 এর গুণিতকসমূহ যাদের মান 36 এর চেয়ে ছোট

∴ 3 এর গুণিতক এবং 36 এর চেয়ে ছোট সংখ্যা সমূহ 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33

নির্ণেয় সেট A = {3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33}

(ঘ) { x : x, পূর্ণ সংখ্যা এবং $x^2 < 10$}

সমাধান :

মনে করি,

tanbircox.blogspot.com

সেটটি A ={ x : x, পূর্ণসংখ্যা এবং $x^2 < 10$}
সেটটি পূর্ণসংখ্যার যাদের বর্গের মান 10 এর চেয়ে ছোট।
∴ পূর্ণসংখ্যাসমূহের যাদের বর্গ 10 এর চেয়ে ছোট তা হল :
–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3
নির্ণেয় সেট A = {–3, –2, –1, 0, 1, 2, 3}

২। নিচের সেটগুলোকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর :
(ক) {3, 4, 5, 6, 7, 8 } (খ) { 4, 8, 12, 16, 20, 24} (গ) {7, 11, 13, 17}

(ক) {3, 4, 5, 6, 7, 8 }
সমাধান :
প্রদত্ত সেটের উপাদান সমূহ 3, 4, 5, 6, 7, 8
এখানে, উপাদানসমূহ 2 থেকে বড় এবং 9 থেকে ছোট সকল স্বাভাবিক সংখ্যা।
ধরি যেকোনো চলক x
নির্ণেয় সেট { x : x, স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $2 < x < 9$ }

(খ) { 4, 8, 12, 16, 20, 24}
সমাধান :
প্রদত্ত সেটের উপাদান সমূহ {4, 8, 12, 16, 20, 24}
এখানে, প্রত্যেকটি উপাদান জোড় সংখ্যা 4 এর গুণিতকসমূহ এবং এদের মান 24 থেকে বড় নয়।
ধরি যেকোনো চলক x
নির্ণেয় সেট { x : x, 4 এর গুণিতক এবং $x \leq 24$ }

(গ) {7, 11, 13, 17}
সমাধান :
প্রদত্ত সেটের উপাদান সমূহ {7, 11, 13, 17}
এখানে, উপাদানসমূহ মৌলিক সংখ্যা যাদের মান 5 এর চেয়ে বড় এবং এবং 19 চেয়ে ছোট।
ধরি যেকোনো চলক x
নির্ণেয় সেট { x : x, মৌলিক সংখ্যা এবং $5 < x < 19$ }

৩। নিচের সেট দুইটির উপসেট ও উপসেটের সংখ্যা নির্ণয় কর :
(ক) $C = \{m, n\}$ (খ) $D = \{5, 10, 15\}$

(ক) $C = \{m, n\}$
সমাধান :
C সেটের উপসেট হবে এর উপাদানগুলো থেকে নিয়ে গঠিত সেট।
∴ C সেটের উপসেটগুলো হল ø, {m}, {n}, {m, n}
নির্ণেয় উপসেটগুলো= {m}, {n}, {m, n} ø, এবং উপসেটের সংখ্যা = 4টি।

tanbircox.blogspot.com

(খ) $D = \{5, 10, 15\}$

সমাধান :

প্রদত্ত সেটের উপাদানসমূহ 5, 10, 15

D সেটের উপসেট হবে উপাদানসমূহ থেকে নিয়ে গঠিত সেট।

∴ সেটের উপসেটসমূহ থেকে নিয়ে গঠিত উপসেটগুলো

{5}, {10}, {15}, {5, 10}, {5, 15}, {10, 15}, {5, 10, 15}

আবার ফাঁকা সেট (ø) প্রত্যেক সেটের উপসেট।

নির্ণেয় উপসেটগুলো হল {5}, {10}, {15}, {5, 10}, {5, 15}, {10, 15}, {5, 10, 15}, ø এবং উপসেটের সংখ্যা = 8টি।

৪। $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, a\}$ এবং $C = \{a, b\}$ হলে, নিচের সেটগুলো নির্ণয় কর :

(ক) $A \cup B$ (খ) $B \cup C$

(গ) $A \cap (B \cup C)$ (ঘ) $(A \cup B) \cup C$

(ঙ) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$ সেটগুলো নির্ণয় কর।

(ক) $A \cup B$

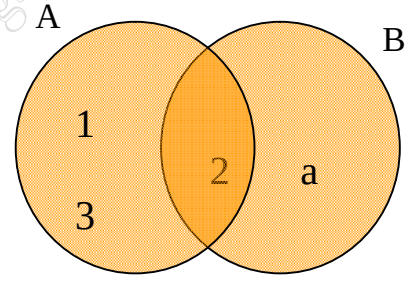
সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

এবং $B = \{2, a\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, a\}$

$= \{1, 2, 3, a\}$



$A \cup B$

(খ) $B \cup C$

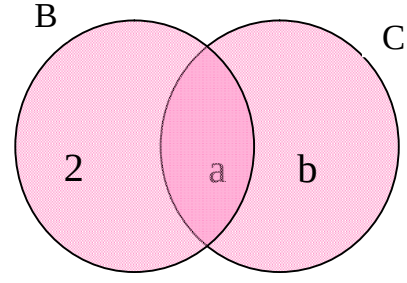
সমাধান :

দেওয়া আছে, $B = \{2, a\}$

এবং $C = \{a, b\}$

$\therefore B \cup C = \{2, a\} \cup \{a, b\}$

$= \{2, a, b\}$



$B \cup C$

tanbircox.blogspot.com

(গ) $A \cap (B \cup C)$

সমাধান :

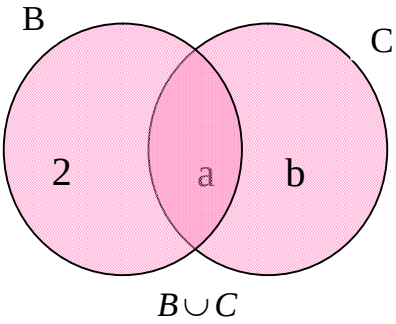
দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{2, a\}$

এবং $C = \{a, b\}$

এখন, $B \cup C = \{2, a\} \cup \{a, b\}$

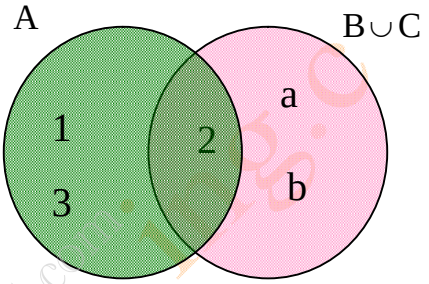
$= \{2, a, b\}$



$B \cup C$

$\therefore A \cap (B \cup C) = \{1, 2, 3\} \cap \{2, a, b\}$

$= \{2\}$



$A \cap (B \cup C)$

(ঘ) $(A \cup B) \cup C$

সমাধান :

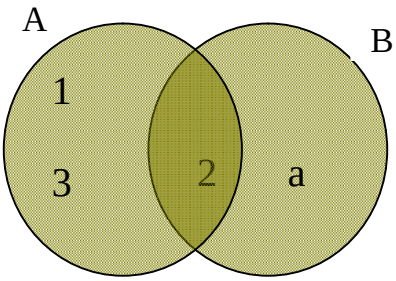
দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{2, a\}$

এবং $C = \{a, b\}$

এখন, $A \cup B = \{1, 2, 3\} \cup \{2, a\}$

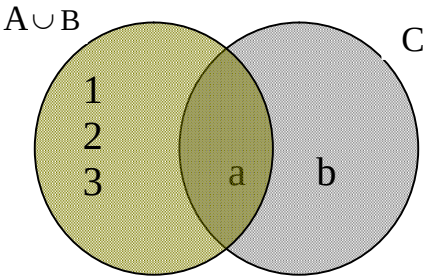
$= \{1, 2, 3, a\}$



$A \cup B$

$\therefore (A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3, a\} \cup \{a, b\}$

$= \{1, 2, 3, a, b\}$

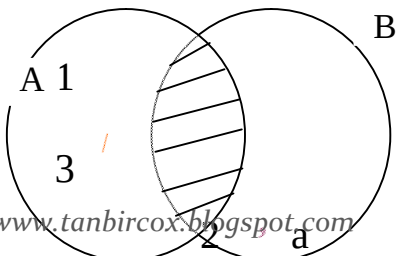


$(A \cup B) \cup C$

(ঙ) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$

সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 3\}$

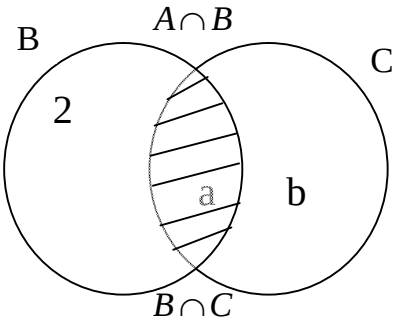


$B = \{2, a\}$

এবং $C = \{a, b\}$

এখন, $A \cap B = \{1, 2, 3\} \cap \{2, a\}$

$= \{2\}$

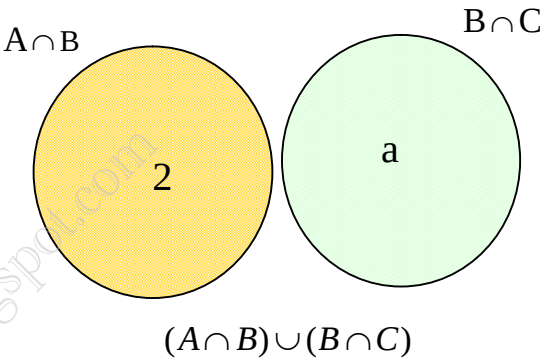


আবার, $B \cap C = \{2, a\} \cap \{a, b\}$

$= \{a\}$

$\therefore (A \cap B) \cup (B \cap C) = \{2\} \cup \{a\}$

$= \{2, a\}$

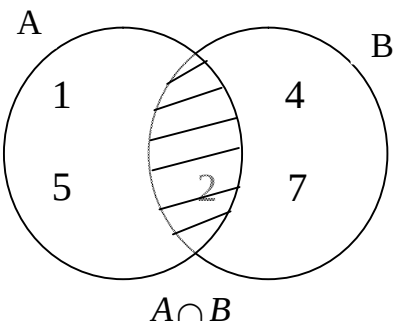


৫। যদি $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{2, 4, 7\}$ এবং $C = \{4, 5, 6\}$ হয়, তবে নিম্নলিখিত সম্পর্কগুলোর সত্যতা যাচাই কর:

(ক) $A \cap B = B \cap A$

(খ) $(A \cap B)' = A' \cap B'$

(গ) $(A \cup C)' = A' \cap C'$



(ক) $A \cap B = B \cap A$

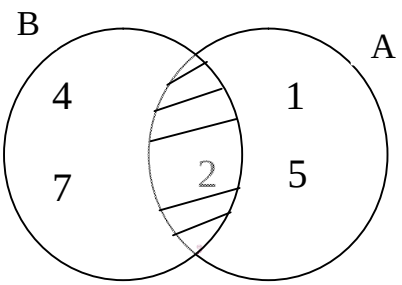
সমাধান :

দেওয়া আছে, $A = \{1, 2, 5\}$

এবং $B = \{2, 4, 7\}$

এখন, $A \cap B = \{1, 2, 5\} \cap \{2, 4, 7\}$

$= \{2\}$



আবার, $B \cap A = \{2, 4, 7\} \cap \{1, 2, 5\}$

$= \{2\}$

$\therefore A \cap B = B \cap A$

(খ) $(A \cap B)' = A' \cap B'$

সমাধান :

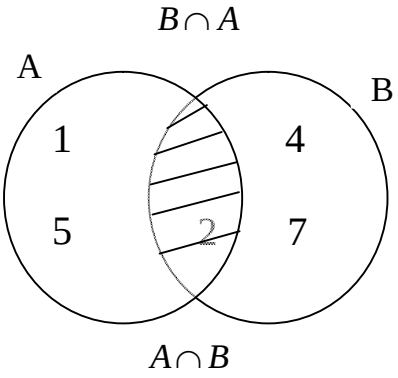
দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{1, 2, 5\}$

এবং $B = \{2, 4, 7\}$

এখন, $A \cap B = \{1, 2, 5\} \cap \{2, 4, 7\}$

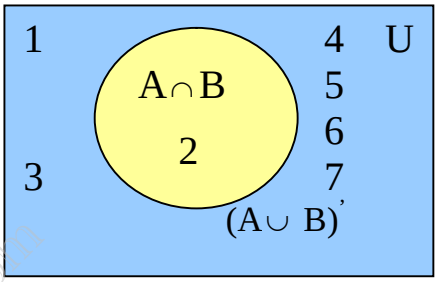
$= \{2\}$



$\therefore (A \cap B)'$ = $A \cap B$ - এর পূরক সেট

= $A \cap B$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

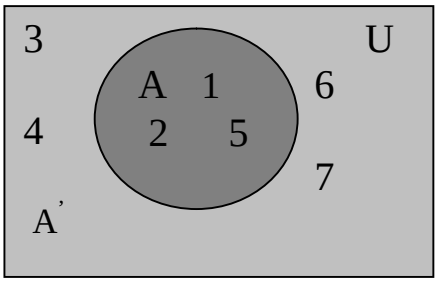
= $\{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$



A' = A - এর পূরক সেট

= A - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

= $\{3, 4, 6, 7\}$



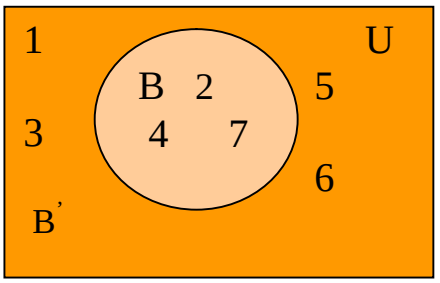
B' = B - এর পূরক সেট

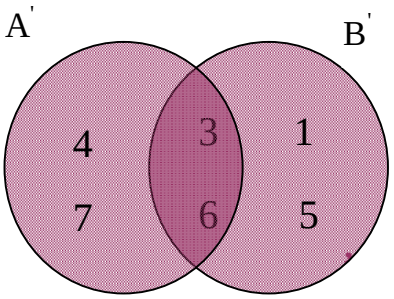
= B - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

= $\{1, 3, 5, 6\}$

$\therefore A' \cup B' = \{3, 4, 6, 7\} \cup \{1, 3, 5, 6\}$

$= \{1, 3, 4, 5, 6, 7\}$





tanbircox.blogspot.com

$\therefore (A \cap B)' = A' \cup B'$

(গ) $(A \cup C)' = A' \cap C'$

সমাধান :

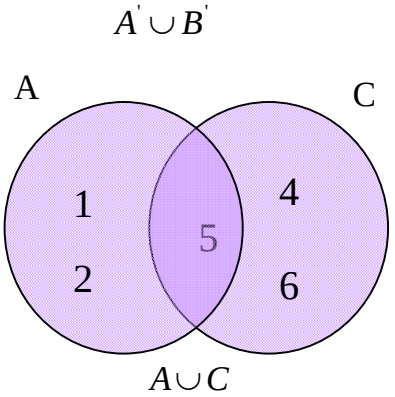
দেওয়া আছে, $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{1, 2, 5\}$

এবং $C = \{4, 5, 6\}$

এখন, $A \cup C = \{1, 2, 5\} \cup \{4, 5, 6\}$

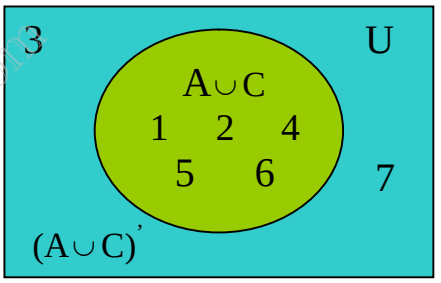
$= \{1, 2, 4, 5, 6\}$



$\therefore (A \cup C)' = A \cup C$ - এর পূরক সেট

$= A \cup C$ - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

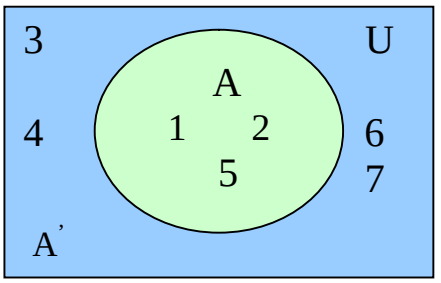
$= \{3, 7\}$



A' = A - এর পূরক সেট

= A - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

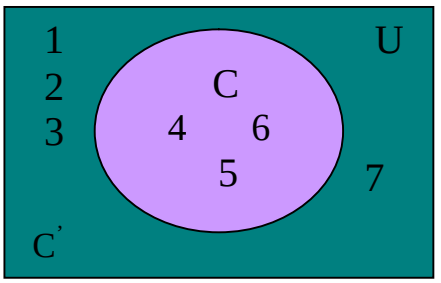
= {3, 4, 6, 7}

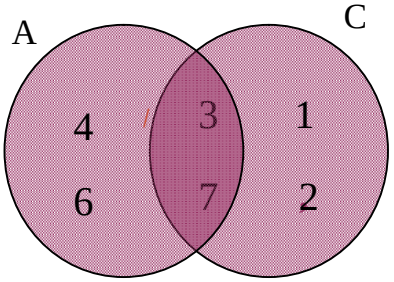


C' = C - এর পূরক সেট

= C - এর বহির্ভূত উপাদানসমূহের সেট

= {1, 2, 3, 7}





tanbircox.blogspot.com

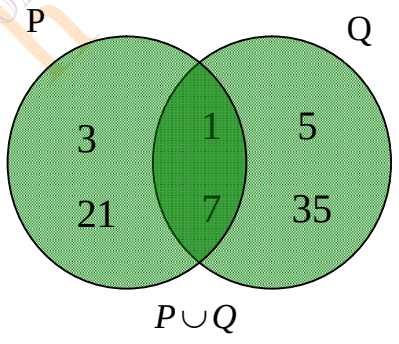
$\therefore A' \cap C' = \{3, 4, 6, 7\} \cup \{1, 2, 3, 7\}$
$= \{3, 7\}$
$\therefore (A \cup C)' = A' \cap C'$

$A' \cap C'$

৬। P এবং Q যথাক্রমে 21 ও 35 - এর সকল গুণনীয়কের সেট হলে, $P \cup Q$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

P সেটের উপাদানসমূহ = 21 এর সকল গুণনীয়ক = 1, 3, 7, 21
$\therefore P = \{1, 3, 7, 21\}$
Q সেটের উপাদানসমূহ = 35 এর সকল গুণনীয়ক = 1, 5, 7, 35
$\therefore Q = \{1, 5, 7, 35\}$
$\therefore P \cup Q = \{1, 3, 7, 21\} \cup \{1, 5, 7, 35\}$
$= \{1, 3, 5, 7, 21, 35\}$



$P \cup Q$

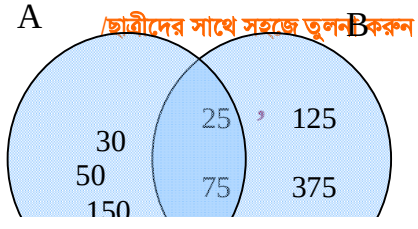
tanbircox.blogspot.com

৭। যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 171 এবং 396 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 21 অবশিষ্ট থাকে এদের সেট নির্ণয় কর।

সমাধান :

যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা দ্বারা 171 এবং 396 কে ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 21 অবশিষ্ট থাকে। সে সংখ্যাটি 21 অপেক্ষা বড় এবং সংখ্যাটি (171 – 21) = 150 এবং (396 – 21) = 375 এর সাধারণ গুণনীয়ক।

মনে করি,
21 অপেক্ষা বড় 150 এর গুণনীয়ক সেট = A
21 অপেক্ষা বড় 375 এর গুণনীয়ক সেট = B



এখানে, $150 = 1 \times 150$
$= 2 \times 75$

$= 3 \times 50$
$= 5 \times 30$
$= 6 \times 25$
$= 10 \times 15$
$\therefore A = \{25, 30, 50, 75, 150\}$
আবার, $375 = 1 \times 375$
$= 3 \times 125$
$= 5 \times 75$
$= 15 \times 25$
$\therefore B = \{25, 75, 125, 375\}$

$A \cap B$

$\therefore$ নির্ণেয় সেট, $A \cap B = \{25, 30, 50, 75, 150\} \cap \{25, 75, 125, 375\}$
$= \{25, 75\}$

৮। কোনো ছাত্রাবাসের 65% ছাত্র মাছ পছন্দ করে, 55% ছাত্র মাংস পছন্দ করে এবং 40% ছাত্র উভয়টি পছন্দ করে।

(ক) সংক্ষিপ্ত বিবরণসহ উপরের তথ্যগুলো ভেনচিত্রে প্রকাশ কর।
(খ) উভয় খাদ্য পছন্দ করে না তাদের সংখ্যা নির্ণয় কর।
(গ) যারা শুধু একটি খাদ্য পছন্দ করে তাদের সংখ্যার গুণনীয়ক সেটের ছেদ নির্ণয় কর।

সমাধান :

(ক) এখানে, U = মোট ছাত্রের সেট
F = মাছ পছন্দকারী ছাত্রের সেট
M = মাংস পছন্দকারী ছাত্রের সেট
$F \cap M$ = মাছ ও মাংস পছন্দকারী ছাত্রের সেট

(খ) ধরি, মোট ছাত্রসংখ্যা, $U = 100$
উভয় খাদ্য পছন্দকারী ছাত্রের সেট, $F \cap M = 40$
$\therefore$ উভয় খাদ্য পছন্দ করে না এমন ছাত্রের সেট $U - (F \cap M) = 100 - 40$
$= 60$
$\therefore$ 60% ছাত্র উভয় খাদ্য পছন্দ করে না।

(গ) শুধু মাছ পছন্দকরী ছাত্রসংখ্যা = (65 – 40) %
= 25%
এবং শুধু মাংস পছন্দকারী ছাত্রসংখ্যা = (55 – 40) %
= 15%
এখানে, 25 এর গুণনীয়কের সেট $P = \{1, 5, 25\}$
এবং 15 এর গুণনীয়কের সেট $Q = \{1, 3, 5, 15\}$
$\therefore P \cap Q = \{1, 5, 25\} \cap \{1, 3, 5, 15\}$
$= \{1, 5\}$

৯। $A = \{ x : x.$ জোড় সংখ্যা এবং $4 < x < 6\}$ এর তালিকা পদ্ধতি কোনটি?

(ক) {5} (খ) {4, 6} (গ) {4, 5, 6} (ঘ) ø

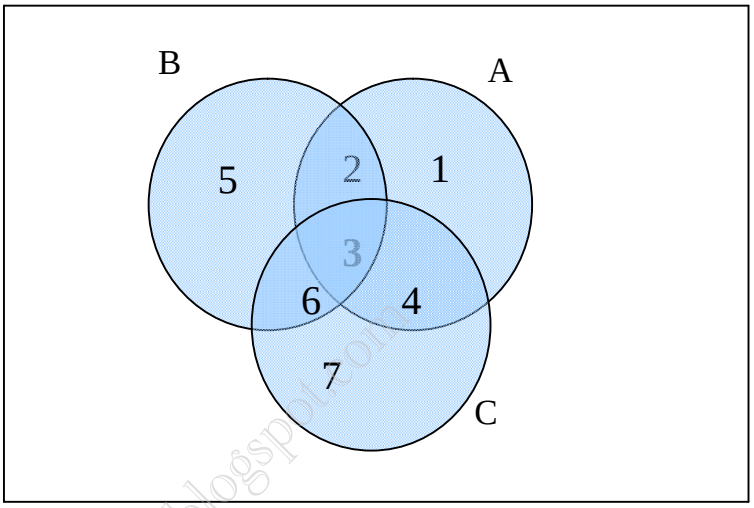
১০। $P = \{x, y, z\}$ হলে, নিচের কোনটি P - এর উপসেট নয়?

(ক) {x, y} (খ) {x, w, z} (গ) {x, y, z} (ঘ) {x, y, z, a}

১১। 10 - এর গুণনীয়কসমূহের সেট কোনটি?

(ক) {1, 2, 5, 10} (খ) {1, 10} (গ) {10} (ঘ) {10, 20, 30}

নিচের ভেনচিত্রটির আলোকে ১২ থেকে ১৫ নং প্রশ্নের উত্তর দাও :



১২। সার্বিক সেট কোনটি?

(ক) A (খ) B (গ) $A \cup B$ (ঘ) U

১৩। কোনটি B^C সেট?

(ক) {5, 6, 7, 8} (খ) {2, 3, 5, 6} (গ) {1, 4, 7, 8} (ঘ) {3, 6}

১৪। কোনটি $A \cap B$ সেট?

(ক) {2, 3} (খ) {2, 3, 5, 6} (গ) {3, 4, 6, 7} (ঘ) {2, 3, 4, 5, 6, 7}

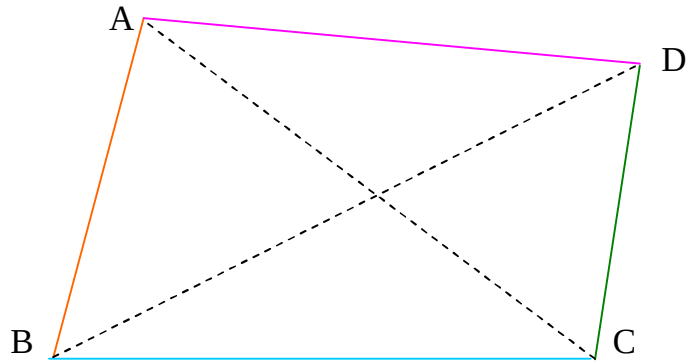
১৫। কোনটি $A \cup B$ সেট?

(ক) {1, 2, 3, 4, 5, 6} (খ) {5, 6, 7} (গ) {8} (ঘ) {3}

tanbircox.blogspot.com

8.1 চতুর্ভুজ

চতুর্ভুজ :



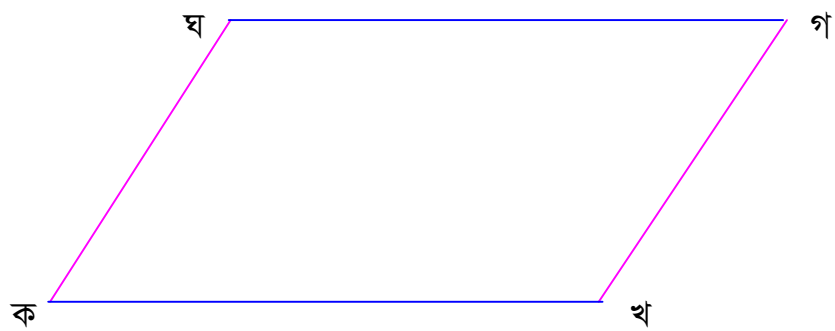
চিত্রঃ চতুর্ভুজ

চারটি রেখাংশ দ্বারা আবদ্ধ চিত্র একটি চতুর্ভুজ। উপরের চিত্র দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রটি একটি চতুর্ভুজক্ষেত্র। চতুর্ভুজের চারটি বাহু আছে। যে চারটি রেখাংশ দ্বারা ক্ষেত্রটি আবদ্ধ হয়, এ চারটি রেখাংশই চতুর্ভুজের বাহু।

A, B, C ও D বিন্দু চারটির যেকোনো তিনটি সমরেখা নয়। AB, BC, CD ও DA রেখাংশ চারটি সংযোগে ABCD চতুর্ভুজ গঠিত হয়েছে। AB, BC, CD ও DA চতুর্ভুজটির চারটি বাহু। A, B, C ও D চারটি কৌণিক বিন্দু বা শীর্ষবিন্দু। $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle CDA$ ও $\angle DAB$ চতুর্ভুজের চারটি কোণ। A ও B শীর্ষবিন্দু যথাক্রমে C ও D শীর্ষের বিপরীত শীর্ষবিন্দু। AB ও CD পরস্পর বিপরীত বাহু এবং AD ও BC পরস্পর বিপরীত বাহু। এক শীর্ষবিন্দুতে যে দুইটি বাহু মিলিত হয়, এরা সন্নিহিত বাহু। যেমন, AB ও BC বাহু দুইটি সন্নিহিত বাহু। AC ও BD রেখাংশদ্বয় ABCD চতুর্ভুজের দুইটি কর্ণ। চতুর্ভুজের বাহুগুলোর দৈর্ঘ্যের সমষ্টিকে এর পরিসীমা বলে। ABCD চতুর্ভুজের পরিসীমা (AB + BC + CD + DA) এর দৈর্ঘ্যের সমান। চতুর্ভুজকে অনেক সময় ‘ □ ’ প্রতীক দ্বারা নির্দেশ করা হয়।

চতুর্ভুজের প্রকারভেদ

সামন্তরিক :



চিত্রঃ সামান্তরিক

www.facebook.com/tanbir.cox www.tanbircox.blogspot.com

সামান্তরিক : যে চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান্তরাল, তা সামন্তরিক। সামান্তরিকের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে সামান্তরিকক্ষেত্র বলে।

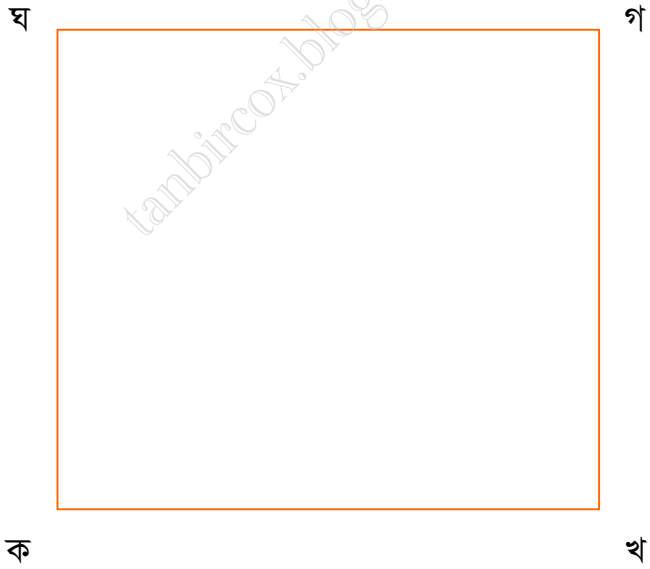
আয়ত :



চিত্রঃ আয়ত

আয়ত : যে সামান্তরিকের একটি কোণ সমকোণ, তাই আয়ত। আয়তের চারটি কোণ সমকোণ। আয়তের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে আয়তক্ষেত্র বলে। উপরের চিত্রে কখগঘ একটি আয়ত।

বর্গ :

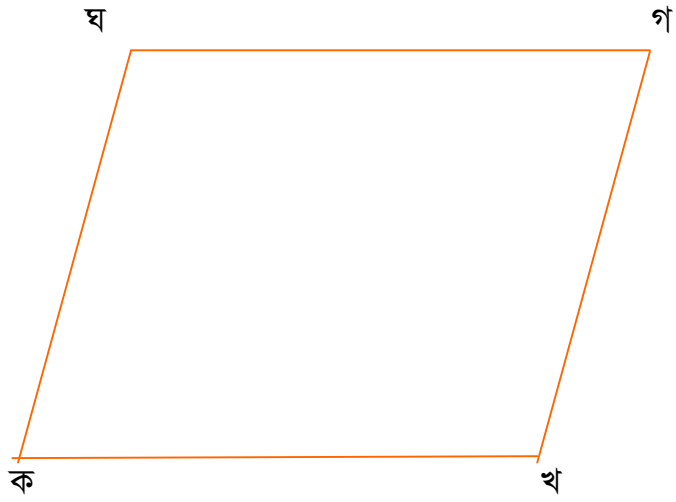


চিত্রঃ বর্গ

বর্গ : বর্গ এমন একটি আয়ত যার সন্নিহিত বাহুগুলো সমান। অর্থাৎ, বর্গ এমন একটি সামান্তরিক যার প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ এবং বাহুগুলো সমান। বর্গের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে বর্গক্ষেত্র বলে। উপরের চিত্রে, কখগঘ একটি বর্গ।

tanbircox.blogspot.com

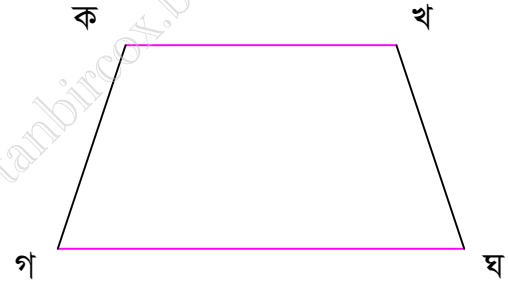
রম্বস :



চিত্রঃ রম্বস

রম্বস : রম্বস এমন একটি সামান্তরিক যার সন্নিহিত বাহুগুলোর দৈর্ঘ্য সমান। অর্থাৎ রম্বসের বিপরীত বাহুগুলো সমান্তরাল এবং চারটি বাহু সমান। রম্বসের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে রম্বসক্ষেত্র বলে। চিত্রে, কখগঘ একটি রম্বস।

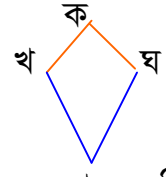
ট্রাপিজিয়াম :



চিত্রঃ ট্রাপিজিয়াম

ট্রাপিজিয়াম : যে চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু সমান্তরাল, একে ট্রাপিজিয়াম বলা হয়। ট্রাপিজিয়ামের সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রকে ট্রাপিজিয়ামক্ষেত্র বলে। উপরের চিত্রের কখগঘ একটি ট্রাপিজিয়াম।

ঘুড়ি :

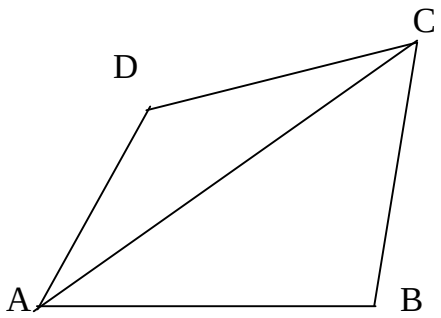


চিত্রঃ ঘুড়ি

ঘুড়ি : যে চতুর্ভুজের দুইজোড়া সন্নিহিত বাহু সমান, একে ঘুড়ি বলা হয়। উপরের চিত্রে একটি ঘুড়ি।

উপপাদ্য ১

চতুর্ভুজের চারটি কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।



বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ এবং AC এর একটি কর্ণ।

প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4$ সমকোণ।

অঙ্কন :

A ও C যোগ করি। AC কর্ণটি চতুর্ভুজটিকে ΔABC ও ΔADC দুইটি ত্রিভুজে বিভক্ত করেছে।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
১। ΔABC এ $\angle BAC + \angle ACB + \angle B = 2$ সমকোণ।	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ২ সমকোণ]
২। অনুরূপভাবে, ΔDAC এ $\angle DAC + \angle ACD + \angle D = 2$ সমকোণ।	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি ২ সমকোণ]
৩। অতএব, $\angle BAC + \angle ACB + \angle B +$ $\angle DAC + \angle ACD + \angle D = (2+2)$ সমকোণ।	[(১) ও (২) থেকে]
৪। $\angle DAC + \angle BAC = \angle A$ এবং $\angle ACD + \angle ACB = \angle C$.	[সন্নিহিত কোণের যোগফল] [সন্নিহিত কোণের যোগফল]
৫। সুতারাং, $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 4$ সমকোণ। (প্রমাণিত)	[(৩) নং থেকে]

tanbircox.blogspot.com

উপপাদ্য ২

সামান্তরিকের বিপরীত বাহু ও কোণগুলো পরস্পর সমান।

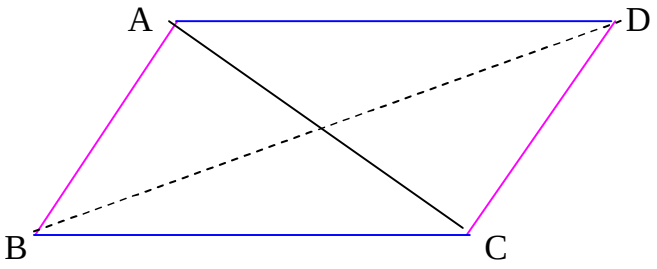
বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক এবং AC ও BD তার দুইটি কর্ণ।

প্রমাণ করতে হবে যে,

(ক) AB বাহু = CD বাহু, AD বাহু = BC বাহু

(খ) $\angle BAD = \angle BCD$, $\angle ABC = \angle ADC$



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) AB ।। DC এবং AC তাদের ছেদক, সুতারাং $\angle BAC = \angle ACD$	[একান্তর কোণ সমান]
(১) BC ।। AD এবং AC তাদের ছেদক, সুতারাং $\angle ACB = \angle DAC$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন Δ ABC ও Δ ADC এ $\angle BAC = \angle ACD$ $\angle ACB = \angle DAC$ এবং AC বাহু সাধারণ। $\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ অতএব, AB = CD, BC = AD ও $\angle ABC = \angle ADC$	[ত্রিভুজের কোণ- বাহু- কোণ উপপাদ্য]
অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে, $\Delta BAD \cong \Delta BCD$ সুতারাং, $\angle BAD = \angle BCD$. (প্রমাণিত)	

কাজ :

১। প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের এক জোড়া বিপরীত বাহু পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে, তা একটি সামান্তরিক।

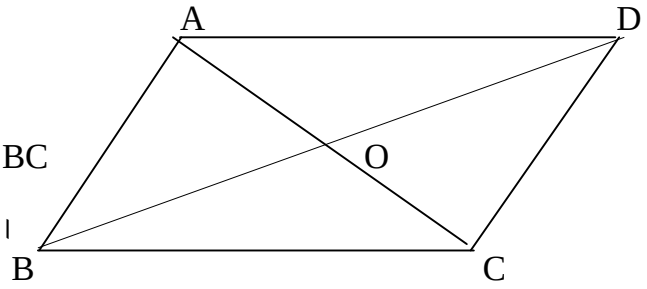
২। দেওয়া আছে, ABCD চতুর্ভুজে AB = CD এবং $\angle ABD = \angle BDC$
প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।

(১) সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি চতুর্ভুজ এর
AB = CD, AD = BC এবং AB ।। CD, AD ।। BC

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) AB ও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং AC তাদের ছেদক, অতএব, ∠BAC = ∠ACD	[একান্তর কোণ সমান]
(১) AB ও CD রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং BD তাদের ছেদক, অতএব, ∠BDC = ∠ABD	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন ΔAOB ও ΔOCD এ ∠OAB =∠OCD, ∠OBA =∠ODC এবং AB = DC	[(১) ও (২) থেকে] [কল্পনা]
∴ Δ ABC ≅ ΔADC তাহলে, OA = OC এবং OB = OD	
(৪) অতএব, ABCD চতুর্ভুজ AB ।। CD, AD ।। BC AD = BC, AB = CD এবং OA = OC, OB = OD	[কল্পনা] [কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
সুতারাং, ABCD চতুর্ভুজটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)	

tanbircox.blogspot.com

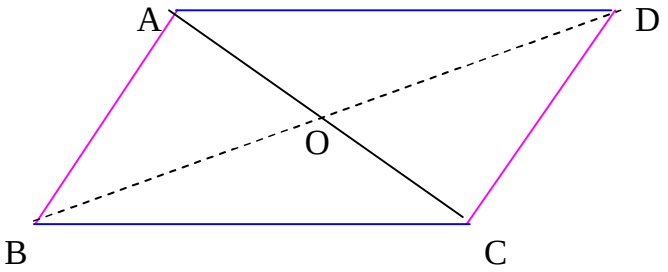
উপপাদ্য ৩

সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিকের
AC ও BD কর্ণদ্বয় পরপস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে, OA = CO, BO = DO.



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) AB ও DC রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং AC এদের ছেদক। অতএব, $\angle BAC =$ একান্তর $\angle DAC$	[একান্তর কোণ সমান]
(২) AD ও BC রেখাদ্বয় সমান্তরাল এবং BD এদের ছেদক। সুতারাং, $\angle BDC =$ একান্তর $\angle ABD$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন ΔAOB ও ΔCOD এ $\angle BAC = \angle ACD$, $\angle OBA = \angle ODC$ এবং AB=DC $\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ অতএব, AO = CO, BO = DO. (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের কোণ- বাহু- কোণ উপপাদ্য]

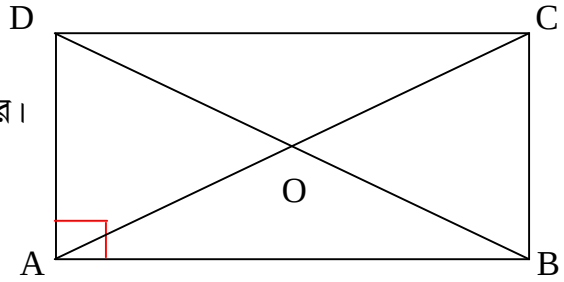
উপপাদ্য ৪

আয়তের কর্ণদ্বয় সমান ও পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি আয়তের
AC ও BD কর্ণদ্বয় পরপস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে,
(i) AC = BD
(ii) OA = CO, BO = DO.



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) আয়ত একটি সামান্তরিক। সুতারাং AO = CO, BO = DO.	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন ΔABD ও ΔACD এ ∠DAB =∠ADC, AB = DC AD = AD ∴ ΔABD ≅ Δ ACD অতএব, AC = BD. (প্রমাণিত)	[প্রত্যেক কোণ সমকোণ] [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরপস্পর সমান] [সাধারণ বাহু] [ত্রিভুজের বাহু- কোণ - বাহু উপপাদ্য]

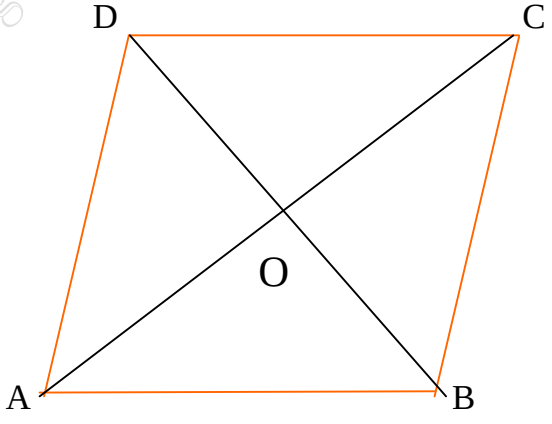
উপপাদ্য ৫

রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

বিশেষ নির্বচন :

মনে করি, ABCD একটি রম্বসের
AC ও BD কর্ণদ্বয় পরপস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ করতে হবে যে,
(i) ∠AOB = ∠BOC = ∠COD = ∠DOA =1 সমকোণ
(ii) OA = CO, BO = DO.



tanbircox.blogspot.com

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) রম্বস একটি সামান্তরিক। সুতারাং AO = CO, BO = DO.	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন ΔAOB ও ΔBOC এ AB = BC AB = DC এবং OB = OB অতএব, ΔAOB ≅ Δ BOC	[রম্বসের বাহুগুলো সমান] [(১) থেকে] [সাধারণ বাহু] [ত্রিভুজের বাহু - বাহু - বাহু উপপাদ্য]

সুতারাং, $\angle AOB = \angle BOC$

$\angle AOB + \angle BOC$ = 1 সরলকোণ = 2 সমকোণ।

$\angle AOB = \angle BOC$ = 1 সমকোণ।

অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে,

$\angle COD = \angle DOA$ = 1 সমকোণ। (প্রমাণিত)

কাজ :

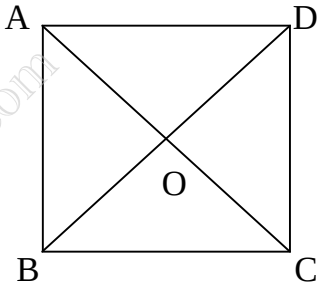
১। দেখাও যে, বর্গের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান ও সমদ্বিখণ্ডিত করে।

২। একজন রাজমিস্ত্রী একটি আয়তকার কংক্রিট স্ল্যাব তৈরি করেছেন। তিনি কত বিভিন্ন ভাবে নিশ্চিত হতে পারেন যে তাঁর স্ল্যাবটি সত্যিই আয়তকার?

(১) সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD বর্গের AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে।



প্রমাণ করতে হবে যে,

AC = BD এবং OA = OC, OB = OD

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) বর্গ একটি সামান্তরিক সুতারাং AO = CO, BO = DO	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) এখন, ΔABD ও ΔACD এ $\angle DAB = \angle ADC$ AB = DC এবং AD = AD	[প্রত্যেকে সমকোণ] [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান] [সাধারণ বাহু]
সুতারাং, $\Delta ABD \cong \Delta ACD$ অতএব, AC = BD (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের বাহু- কোণ- বাহু উপপাদ্য]

tanbircox.blogspot.com

অনুশীলনী ৮.১

১। সামান্তরিকের জন্য নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) বিপরীত বাহুগুলো অসমান্তরাল (খ) একটি কোণ সমকোণ হলে, তা আয়ত
(গ) বিপরীত বাহুদ্বয় অসমান (ঘ) কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান

২। নিচের কোনটি রম্বসের বৈশিষ্ট্য?

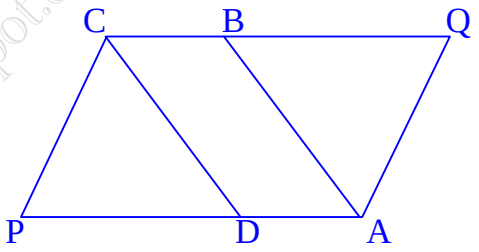
(ক) কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান (খ) প্রত্যেক কোণই সমকোণ
(গ) বিপরীত কোণদ্বয় অসমান (ঘ) প্রত্যেকটি বাহুই সমান

৩। i. চতুর্ভুজের চার কোণের সমষ্টি চার সমকোণ।
ii. আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহু সমান হলে তা একটি বর্গ।
iii. প্রত্যেকটি রম্বস একটি সামান্তরিক।

উপরের তথ্য অনুসারে নিচের কোনটি সঠিক?

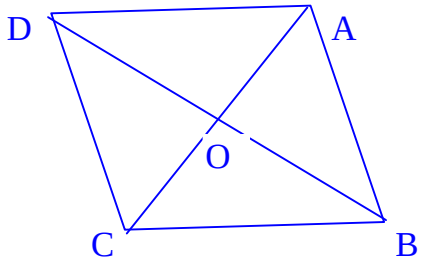
(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৪। PAQC চতুর্ভুজের PA = CQ এবং PA ।। CQ.
∠A ও ∠C সমদ্বিখণ্ডক যথাক্রমে AB ও CD হলে
ABCD ক্ষেত্রটির নাম কী?



(ক) সামান্তরিক (খ) রম্বস (গ) আয়ত (ঘ) বর্গ

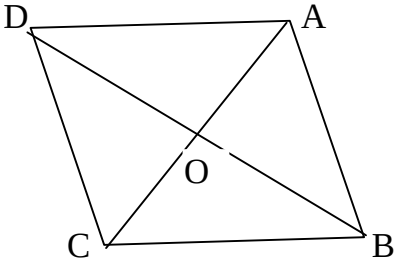
৫। দেওয়া আছে ΔABC এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BO = OD হয়।
প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি সামান্তরিক।



সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

দেওয়া আছে, ΔABC এর মধ্যমা BO কে D পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন BO = OD হয়।
প্রমাণ করতে হবে যে,
ABCD একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ :

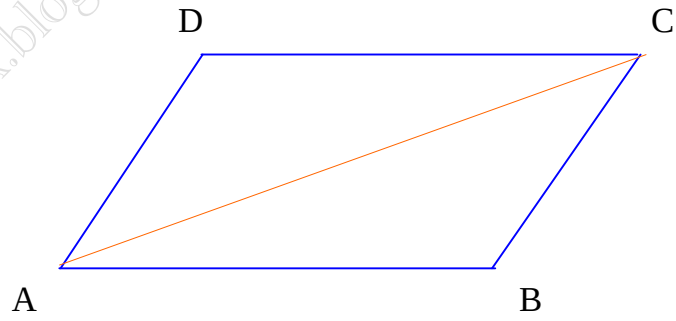
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOB ও ΔCOD এর মধ্যে $BO = OD$ $OA = OC$ $\angle AOB =$ বিপরীত$\angle COD$ $\therefore \Delta AOB \cong \Delta COD$ সুতারাং, $AB = CD$ (২) অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় $AD = BC$ $\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)	 [কল্পনা] [O, AC এর মধ্যবিন্দু] [ত্রিভুজের বাহু - কোণ - বাহু উপপাদ্য]

৬। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের একটি কর্ণ একে দুইটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি সামান্তরিক।
এর একটি কর্ণ AC।
প্রমাণ করতে হবে যে, AC কর্ণটি ABCD সামান্তরিকটিকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে।
অর্থাৎ $\Delta ABC \cong \Delta ADC$।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AB ।। CD এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle BAC = \angle ACD$ (২) আবার, BC ।। AD এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle ACB = \angle DAC$ (৩) এখন, ΔABC ও ΔADC এ $\angle BAC = \angle ACD$ $\angle ACB = \angle DAC$ $AC = AC$	 [একান্তর কোণ সমান] [একান্তর কোণ সমান] [সাধারণ বাহু]

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ অর্থাৎ সামান্তরিকের কর্ণ সামান্তরিকটিকে সমান দুই ভাগে ভাগ করে। (প্রমাণিত)	[ত্রিভুজের কোণ - বাহু - কোণ উপপাদ্য]

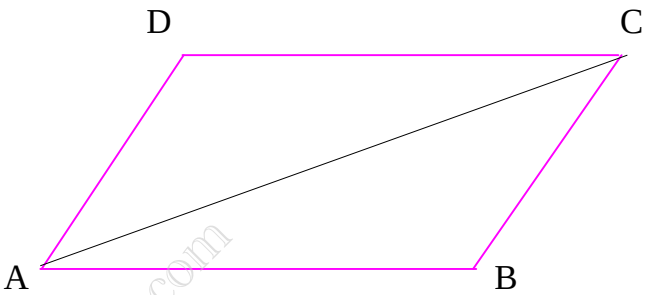
৭। প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের বিপরীত বাহুগুলো পরস্পর সমান ও সমান্তরাল হলে তা একটি সামান্তরিক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি চতুর্ভুজ।
এর AD = BC, AB = CD এবং
AD ।। BC, AB ।। CD হলে

প্রমাণ করতে হবে যে,
চতুর্ভুজটি একটি সামান্তরিক।



অঙ্কন : চতুর্ভুজটির কর্ণ AC অঙ্কন করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AD ।। BC এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle ACB = \angle CAD$	[একান্তর কোণ সমান]
(২) অনুরূপভাবে, BC ।। AD এবং AC তাদের ছেদক $\therefore \angle BAC = \angle ACD$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন, ΔABC ও ΔADC এ $\angle ACB = \angle CAD$ $\angle BAC = \angle ACD$ AC = AC	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$ $\therefore \angle ABC = \angle ADC$	[ত্রিভুজের কোণ - বাহু - কোণ উপপাদ্য]
(৪) অনুরূপভাবে, $\angle BAC = \angle BCD$ $\therefore$ ABCD একটি সামান্তরিক (প্রমাণিত)	

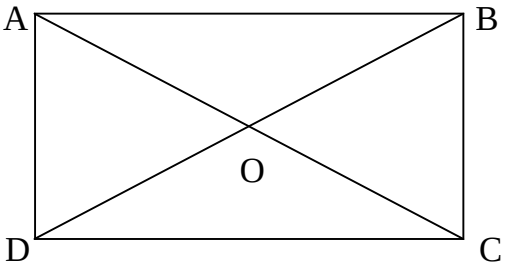
tanbircox.blogspot.com

৮। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে, তা একটি আয়ত।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD সামান্তরিকের কর্ণ AC = কর্ণ BD



প্রমাণ করতে হবে যে,
ABCD একটি আয়ত।

প্রমাণ :

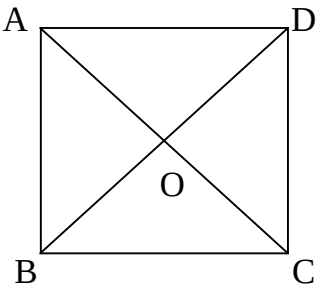
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC ও Δ ADBএর মধ্যে BC = AD	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]
AC = BD	[কল্পনা]
AB = AB	[সাধারণ বাহু]
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADB$ $\therefore \angle ABC = \angle BAD$	[কোণ- বাহু- বাহু উপপাদ্য]
(২) আবার, যেহেতু AD ।। BC এবং AB তাদের ছেদক $\angle ABC + \angle BAD = 2$ সমকোণ	[ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণ সমান]
$\therefore \angle ABC = \angle BAD = 1$ সমকোণ $\therefore$ ABCD একটি আয়ত (প্রমাণিত)	

৯। প্রমাণ কর যে, চতুর্ভুজের কর্ণদ্বয় পরস্পর সমান হলে এবং পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করলে, তা একটি বর্গ।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD চতুর্ভুজের AC ও BD কর্ণ পরস্পর সমান এবং পরস্পরকে O বিন্দুতে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে।



অর্থাৎ AC = BD, OA = OC, OB = OD এবং
$\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD$

প্রমাণ করতে হবে যে, ABCD একটি বর্গ।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOB ও ΔAOD এতে $OB = OD$ অন্তর্ভুক্ত $\angle AOB$ = অন্তর্ভুক্ত $\angle AOD$ $AO = AO$ $\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOD$ $\therefore \quad AB = AD$	[কল্পনা] [সমকোণ] [সাধারণ বাহু] [ত্রিভুজের বাহু- কোণ - বাহু উপপাদ্য]
(২) অনুরূপভাবে, ΔAOB ও ΔBOC এ প্রমাণ করা যায় যে, $AB = BC$	
(৩) এবং ΔBOC ও ΔCOD এ প্রমাণ করা যায় যে, $BC = CD$ $\therefore$ ABCD চতুর্ভুজে $AB = BC = CD = AD$	[(১), (২) ও (৩) থেকে]
(৪) আবার, ΔAOB এ $\angle AOB = 90^0$ এবং $OA = OB$ $\therefore \angle OAB = \angle OBA = 45^0$	[কল্পনা] [সমান সমান বাহুর বিপরীত কোণ সমান]
(৫) অনুরূপভাবে, ΔAOD এ $\angle OAD = \angle ODA = 45^0$ $\therefore \angle BAD = \angle OAB + \angle OAD$ $= 45^0 + 45^0$ $= 90^0$ $\therefore$ ABCD একটি বর্গ। (প্রমাণিত)	

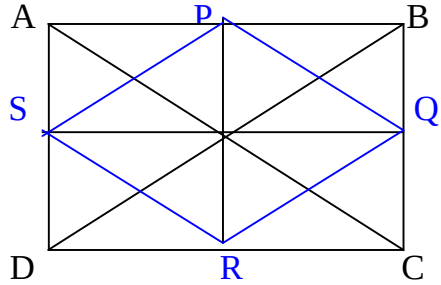
tanbircox.blogspot.com

১০। প্রমাণ কর যে, আয়তের সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুসমূহের যোগে যে চতুর্ভুজ হয়, তা একটি রম্বস।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD আয়ত। P, Q, R ও S যথাক্রমে AB, BC, CD ও AD এর মধ্যবিন্দু। P, Q; Q, R; R, S ও S, P যোগ করি।



প্রমাণ করতে হবে যে, PQRS একটি রম্বস।

অঙ্কন : A, C; B, D; এবং S, Q; P, R যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABD ও ΔBCD এর সন্নিহিত বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোগ রেখাংশ যথাক্রমে PS ও QR। সুতারাং, PS ।। BD এবং QR ।। BD	
আবার, $PS = \frac{১}{২}BD$	[ত্রিভুজের দুই বাহুর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরল রেখা তৃতীয় বাহুর সমান্তরাল এবং দৈর্ঘ্য তার অর্ধেক]
আবার, $QR = \frac{১}{২}BD$	
$\therefore PS = QR$ এবং PS ।। QR	[সমান্তরাল রেখার সমান্তরাল রেখা পরস্পর সমান্তরাল]
(২) অনুরূপভাবে, ΔABC ও ΔADC নিয়ে প্রমাণ করা যায় যে, $PQ = SR$ এবং PQ ।। SR	
$\therefore$ PQRS একটি রম্বস (প্রমাণিত)	

tanbircox.blogspot.com

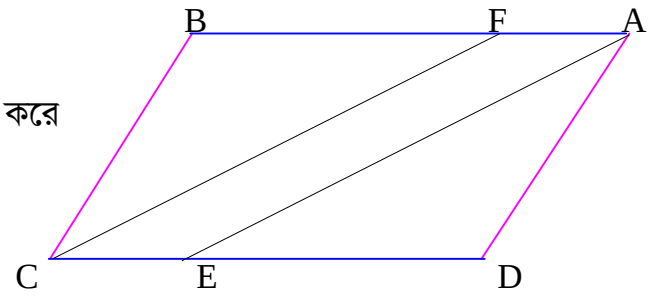
১১। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি বিপরীত কোণের সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর সমান্তরাল।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি সামান্তরিক।
∠A ও ∠C এর সমদ্বিখণ্ডক AE ও CF
যথাক্রমে DC ও AB কে E ও F বিন্দুতে ছেদ করে

প্রমাণ করতে হবে যে, AE ।। CF।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AE, ∠BAD এর সমদ্বিখণ্ডক $\therefore \angle EAF = \frac{১}{২}\angle BAD$	[কল্পনা]
(২) অনুরূপভাবে, $\angle ECF = \frac{১}{২}\angle BCD$ $\therefore \angle EAF = \angle ECF$	[কল্পনা]
(৩) আবার, AB ।। CD এবং AE এদের ছেদক ∠AED =∠EAF ∴∠AED =∠ECF কিন্তু, এরা অনুরূপ কোণ। ∴ AECF একটি সামান্তরিক। ∴ AE ।। FC (প্রমাণিত)	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান্তরাল] [একান্তর কোণ] [(২) থেকে]

tanbircox.blogspot.com

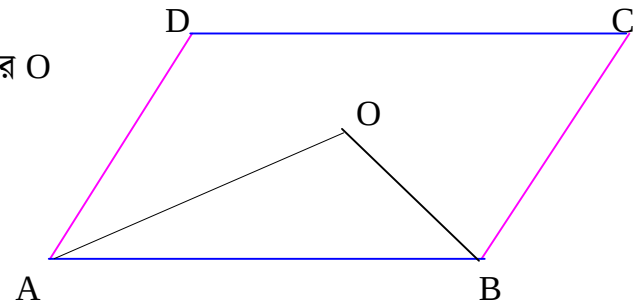
১২। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের যেকোনো দুইটি সন্নিহিত কোণের সমদ্বিখণ্ডক পরস্পর লম্ব।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর $\angle BAD$ ও $\angle ABC$ এর সমদ্বিখণ্ডকদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

প্রমাণ করতে হবে যে, AO ও BO পরস্পরের উপর লম্ব।

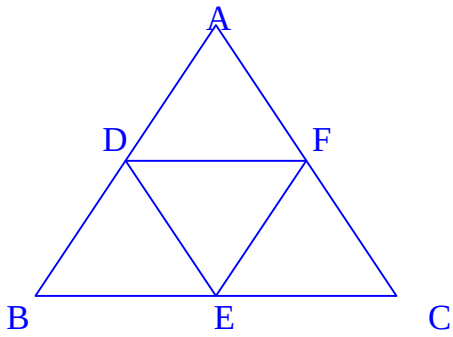


প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AO, $\angle BAD$ এর সমদ্বিখণ্ডক $\angle OAB = \frac{১}{২} \angle BAD$	[কল্পনা]
(২) অনুরূপভাবে, $\angle OBA = \frac{১}{২} \angle ABC$	
(৩) আবার, যেহেতু AD ।। BC এবং AB ছেদক।	
$\therefore \angle BAD + \angle ABC =$ দুই সমকোণ	[ছেদকের একই পাশে অন্তঃস্থ কোণ বলে]
বা $\frac{১}{২}\angle BAD + \frac{১}{২}\angle ABC =$ এক সমকোণ।	[(১) ও (২) থেকে]
বা, $\angle OAB + \angle OBA =$ এক সমকোণ।	
(৪) এখন, ΔAOB এ,	
$\angle OAB + \angle OBA + \angle AOB = 2$ সমকোণ।	[ত্রিভুজের তিনটি কোণের সমষ্টি দুই সমকোণ]
বা, $\angle AOB +$ 1 সমকোণ $= 2$ সমকোণ।	
বা, $\angle AOB =$ 2 সমকোণ $-$ 1 সমকোণ।	
$\therefore \angle AOB =$ 1 সমকোণ।	
অর্থাৎ, AO ও BO পরস্পরের উপর লম্ব	
(প্রমাণিত)	

tanbircox.blogspot.com

১৩। চিত্রে, ABC একটি সমবাহু ত্রিভুজ। D, E ও F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।



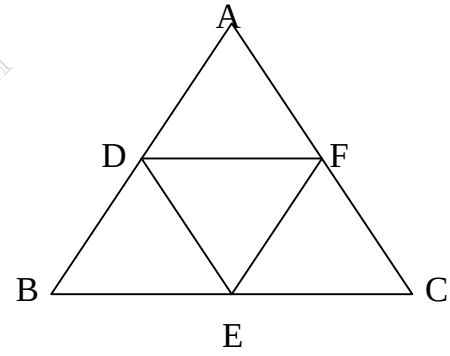
(ক) প্রমাণ কর যে,

$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD$ = চার সমকোণ।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, চিত্রে ABC একটি একটি সমবাহু ত্রিভুজ। D, E, F যথাক্রমে AB, BC ও AC এর মধ্যবিন্দু।



প্রমাণ করতে হবে যে,

$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD$ = চার সমকোণ।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔBDE এ, $\angle BDE + \angle BED + \angle EBD$ = দুই সমকোণ	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]
(২) ΔDEF এ, $\angle DEF + \angle DFE + \angle EDF$ = দুই সমকোণ	[ত্রিভুজের তিন কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]
$(\angle BDE + \angle BED + \angle EBD + \angle DEF + \angle DFE + \angle EDF)$ = চার সমকোণ	[(১) ও (২) থেকে]
$\angle BDF + \angle DFE + \angle FEB + \angle EBD$ = চার সমকোণ। (প্রমাণিত)	

tanbircox.blogspot.com

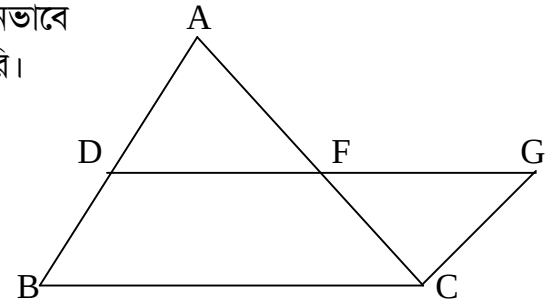
(খ) প্রমাণ কর যে,

$DF \parallel BC$ এবং $DF = \frac{১}{২}BC$

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, ΔABC এর D ও F যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্য বিন্দু। D ও F যোগকরে G পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন DF = FG হয়। G, C যোগকরি।



প্রমাণ করতে হবে যে,

$DF \parallel BC$ এবং $DF = \frac{১}{২}BC$

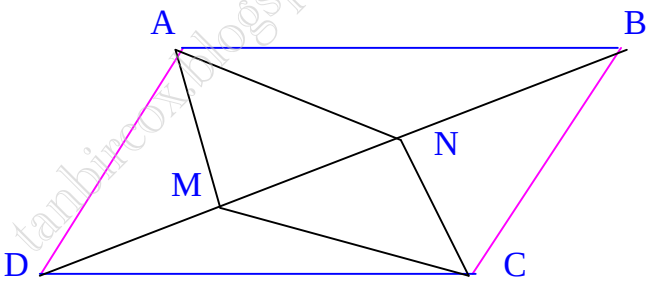
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔADF ও ΔCGF এ, DF = FG AF = CF এবং অন্তভুক্ত $\angle DFA$ = অন্তভুক্ত $\angle CFG$ $\therefore \Delta DEF \cong \Delta CGF$	[অঙ্কনানুসারে] [কল্পনা] [বিপ্রতীপ কোণ সমান] [বাহু- কোণ- বাহু উপপাদ্য]
(২) AD = CG এবং $\angle DAF = \angle FCG$ বা, BD = CG বা, $\angle DAC = \angle ACG$ কিন্তু কোণদ্বয় AD ও CG বাহুর AC ছেদক দ্বারা উৎপন্ন একান্তর কোণ। $\therefore$ DA $\parallel$ CG বা, BA $\parallel$ CG	[কল্পনা] [একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন BCGD চতুর্ভুজের BD = CG এবং BD $\parallel$ CG $\therefore$ BCGD একটি সামান্তরিক। $\therefore$ DG $\parallel$ BC এবং DG = BC	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহুদ্বয় পরস্পর সমান ও সমান্তরাল]

tanbircox.blogspot.com

(৪) DF + FG = BC বা, DF + DF = BC বা, 2DF = BC $\therefore$ DF = $\frac{১}{২}$BC সুতারাং, DF ।। BC এবং DF = $\frac{১}{২}$ BC (প্রমাণিত)	[(১) থেকে]

১৪. দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের AM ও CN, DB এর উপর লম্ব। প্রমাণ কর যে, ANCM একটি সামান্তরিক।



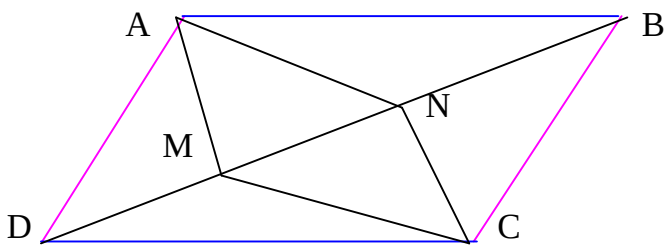
tanbircox.blogspot.com

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন :

দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিক AM ও CN, BD উপর লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে যে, ANCM একটি সামান্তরিক।



প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔADM ও ΔBCN এর, $\angle ADM = \angle NBC$ $\angle AMD = \angle BNC$ এবং $AD = BC$ $\therefore \Delta ADM \cong \Delta BCN$ $\angle MAD = \angle BCN$	 [একান্তর কোণ] [$AM \perp BD$, $CN \perp BD$] [সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান] [কোণ - বাহু - কোণ উপপাদ্য]
(২) অনুরূপভাবে, ΔABN ও ΔCDM এর মধ্যে $\angle BAN = \angle MCD$ $\therefore \angle BAD - (\angle DAM + \angle BAN)$ $= \angle BCD - (\angle NCB + \angle MCD)$ $\therefore \angle MAN = \angle MCN$ $\therefore \angle AMC = \angle ANC$	
(৩) অর্থাৎ ANCM চতুর্ভুজের $\angle MAN = \angle MCN$ $\angle AMC = \angle ANC$ $\therefore$ NCMA একটি সামান্তরিক। (প্রমাণিত)	[(১) থেকে]

tanbircox.blogspot.com

অষ্টম অধ্যায় 8·2 চতুর্ভুজ অঙ্কন

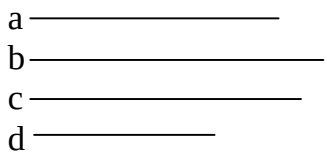
সম্পাদ্য

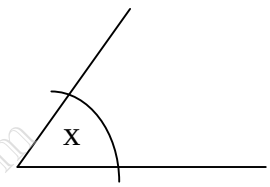
সম্পাদ্য ১

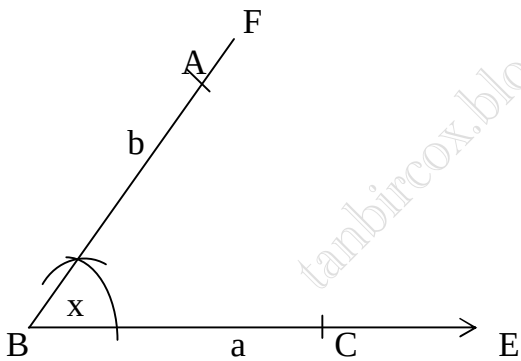
কোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও একটি কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

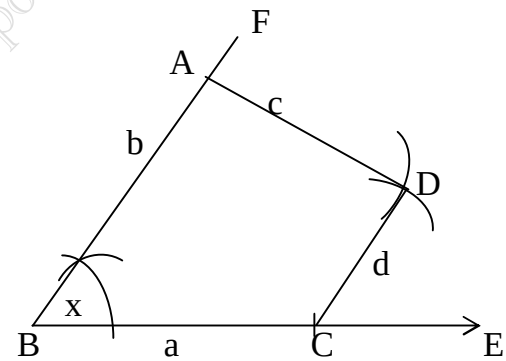
মনে করি,

একটি চতুর্ভুজের চার বাহুর দৈর্ঘ্য a, b, c, d এবং a ও b বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।









tanbircox.blogspot.com

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যে কোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই। B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ আঁকি।

(২) BF থেকে BA = b নিই। A ও C কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। তারা পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A ও B এবং C ও D যোগ করি। তাহলে, $ABCD$ ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ :

অঙ্কন অনুসারে, $AB = b$, $BC = a$, $AD = c$, $CD = d$ এবং $\angle ABC = \angle x$

$\therefore ABCD$ - ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

সম্পাদ্য ২

কোনো চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

মনে করি,

একটি চতুর্ভুজের চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b, c, d এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য e দেওয়া আছে, যেখানে $a + b > e$ এবং $c + d > e$

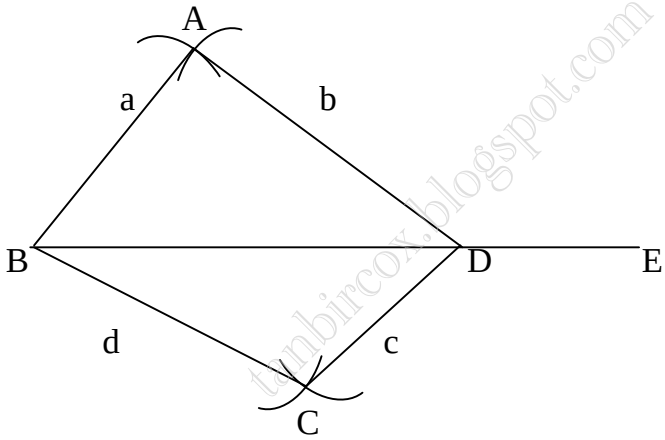
e ———————————

a ———————————

b ———————————

c ———————————

d ———————————



tanbircox.blogspot.com

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BD = e নিই। B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) আবার, B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে d ও c এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যেদিকে A আছে তার বিপরীত দিকে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A ও B, A ও D, B ও C এবং C ও D যোগ করি। তাহলে, ABCD- ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ :

অঙ্কন অনুসারে, AB = a, AD = b, BC = d, CD = c এবং কর্ণ BD = e

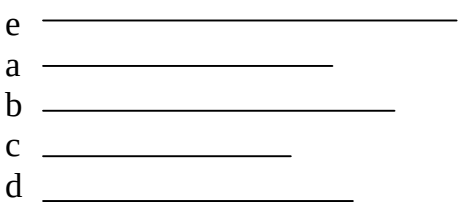
সুতারাং, ABCD- ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

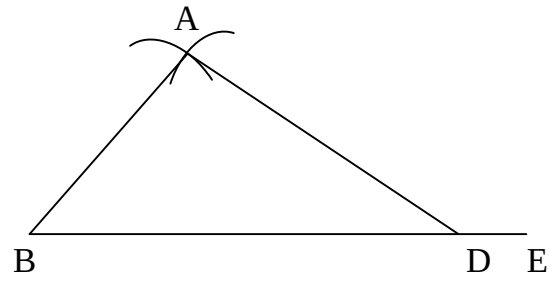
সম্পাদ্য ৩

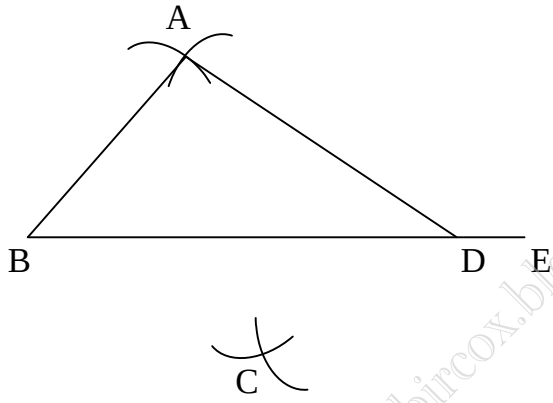
কোনো চতুর্ভুজের তিনটি বাহু ও দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

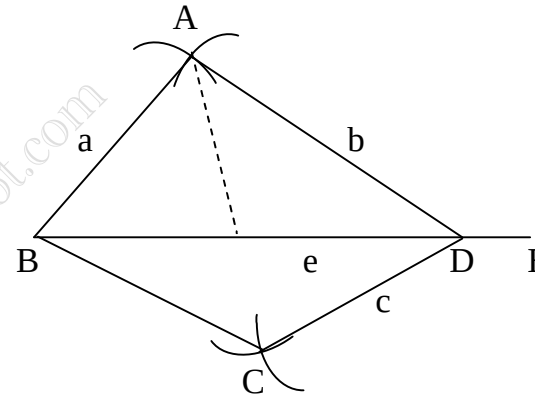
মনে করি,

একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য a, b, c এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য d, e দেওয়া আছে। যেখানে $a + b > e$ এবং $b + c > d$। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।









tanbircox.blogspot.com

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BD =e নিই। B ও D কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় A বিন্দুতে ছেদ করে।

(২) আবার, D ও A কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যেদিকে A রয়েছে এর বিপরীত দিকে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) A ও B, A ও D, B ও C এবং C ও D যোগ করি। তাহলে, ABCD - ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ :

অঙ্কন অনুসারে, AB = a, AD = b, CD = c এবং কর্ণ BD = e ও AC = d

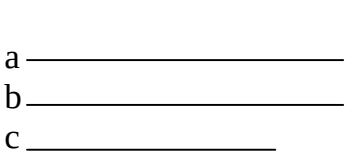
সুতারাং, ABCD - ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

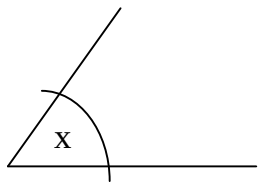
সম্পাদ্য ৪

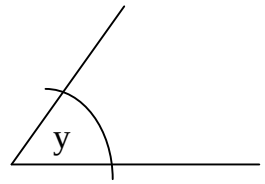
কোনো চতুর্ভুজের তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য ও দুইটি অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

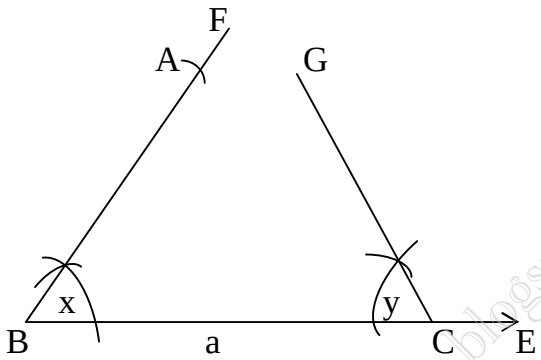
মনে করি,

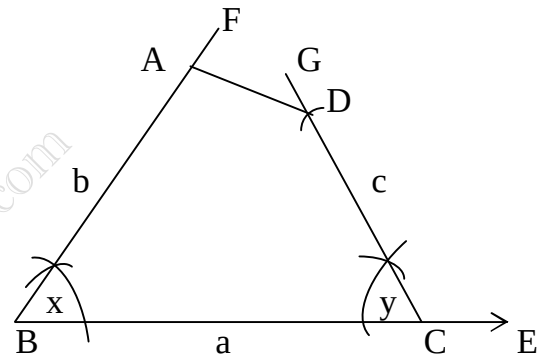
একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a, b, c এবং a ও b বাহুর অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ এবং a ও c বাহুর অন্তরভুক্ত কোণ $\angle y$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।











অঙ্কনের বিবরণ :

যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC=a নিই। B ও C বিন্দুতে $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ অঙ্কন করি। BF থেকে BA = b এবং CG থেকে CD = c নিই। A, D যোগ করি। তাহলে, ABCD - ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ :

অঙ্কন অনুসারে, AB = b, BC = a, CD = c, $\angle ABC = \angle x$ ও $\angle DCB = \angle y$

সুতারাং, ABCD - ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

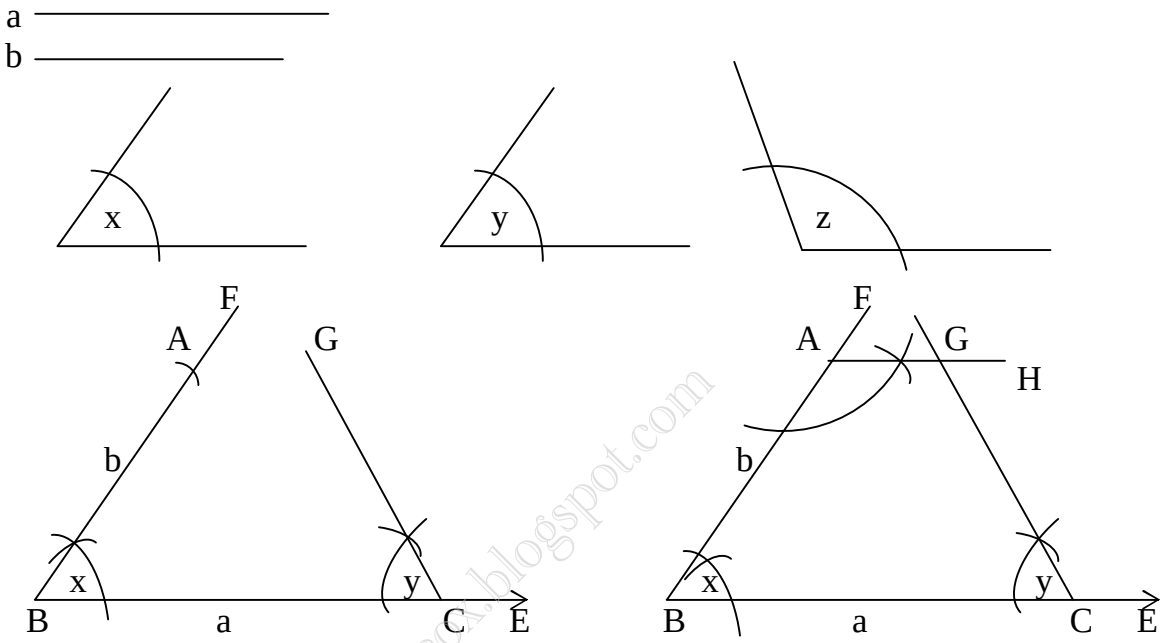
tanbircox.blogspot.com

সম্পাদ্য ৫

কোনো চতুর্ভুজের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য ও তিনটি কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

মনে করি,

একটি চতুর্ভুজের দুইটি সন্নিহিত বাহু a, b এবং তিনটি কোণ $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



tanbircox.blogspot.com

অঙ্কনের বিবরণ :

যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই। B ও C $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ অঙ্কন করি। BF থেকে BA = b নিই। A বিন্দুতে $\angle z$ এর সমান করে $\angle BAH$ অঙ্কন করি। AH ও CG পরস্পরকে D ছেদ করে। তাহলে, ABCD - ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

প্রমাণ :

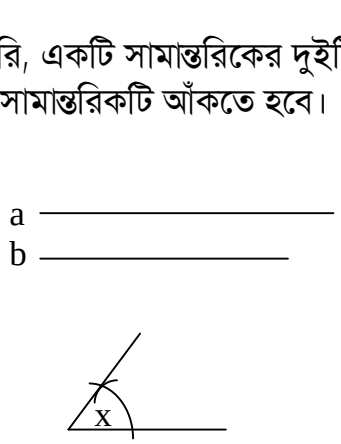
অঙ্কন অনুসারে, AB = b, BC = a, $\angle ABC = \angle x$ $\angle DCB = \angle y$ ও $\angle BAD = \angle z$

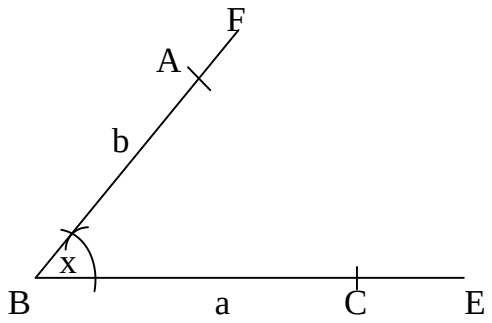
সুতারাং, ABCD - ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

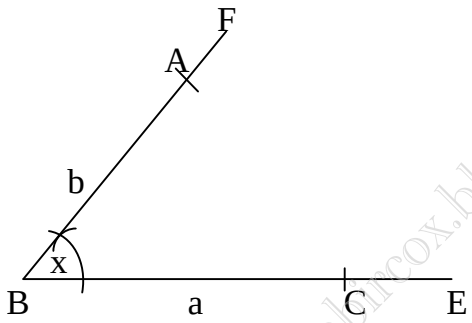
সম্পাদ্য ৬

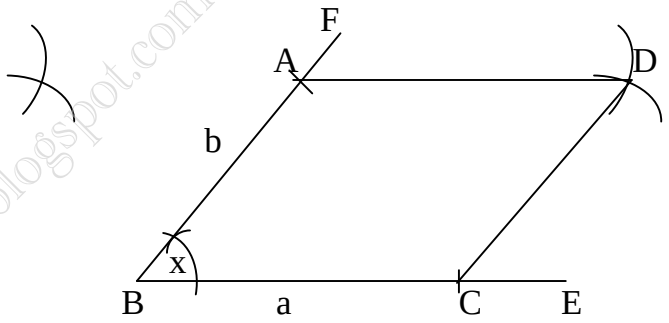
কোনো সামন্তরিকের সন্নিহিত দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য এবং বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া আছে। সামন্তরিকটি আঁকতে হবে।

মনে করি, একটি সামান্তরিকের দুইটি সন্নিহিত বাহু a ও b এবং এদের অন্তর্ভুক্ত কোণ $\angle x$ দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।









tanbircox.blogspot.com

অঙ্কনের বিবরণ :

যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই। B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ অঙ্কন করি। BF থেকে b এর সমান BA নিই। A ও C বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এরা পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে। A, D ও C, D যোগ করি। তাহলে ABCD - ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

প্রমাণ :

A,C যোগ করি। ΔABC ও ΔADC এ AB = CD = b, AD = BC = a এবং AC বাহু সাধারণ।

$\therefore \Delta ABC \equiv \Delta DCA$

অতএব, $\angle BAC = \angle DCA$ কিন্তু, কোন দুইটি একান্তর কোণ।

$\therefore$ AB।। CD অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে, BC ।। AD

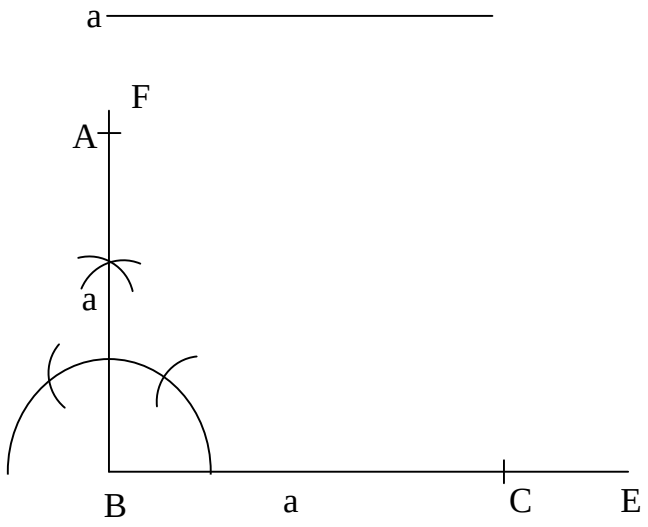
সুতারাং ABCD একটি সামান্তরিক। আবার অঙ্কন অনুসারে $\angle ABC = \angle x$

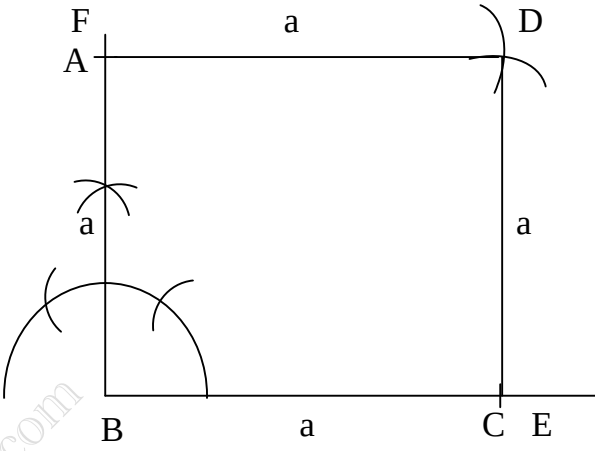
অতএব, ABCD - ই নির্ণেয় সামান্তরিক।

সম্পাদ্য ৭

কোনো বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে, বর্গটি আঁকতে হবে।

মনে করি, a কোনো বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য। বর্গটি আঁকতে হবে।





অঙ্কনের বিবরণ :

যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই। B বিন্দুতে BF $\perp$ BC আঁকি। BF থেকে BA = a নিই। A ও C কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে D বিন্দুতে ছেদ করে। A ও D এবং C ও D যোগ করি। তাহলে ABCD - ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

প্রমাণ :

ABCD চতুর্ভুজের AB = BC = CD = DA =a এবং $\angle ABC$ = এক সমোকোণ। সুতারাং, এটি একটি বর্গ। অতএব ABCD - ই নির্ণেয় বর্গ।

tanbircox.blogspot.com

অনুশীলনী ৮.২

১। একটি চতুর্ভুজ আঁকতে কয়টি অনন্য নিরপেক্ষ উপাত্তের প্রয়োজন?

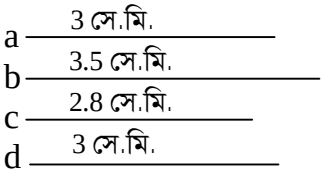
(ক) 3টি (খ) 4টি (গ) 5টি (ঘ) 6টি

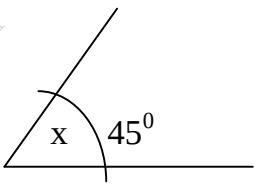
২। i দুইটি সন্নিহিত বাহু দেওয়া থাকলে আয়ত আঁকা যায়।
ii চারটি কোণ দেওয়া থাকলে একটি চতুর্ভুজ আঁকা যায়।
iii বর্গের একটি বাহু দেওয়া থাকলে বর্গ আঁকা যায়।
উপরের তথ্যের আলোকে নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) i ও ii (খ) i ও iii (গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

৩। নিম্নের প্রদত্ত উপাত্ত নিয়ে চতুর্ভুজ অঙ্কন কর :

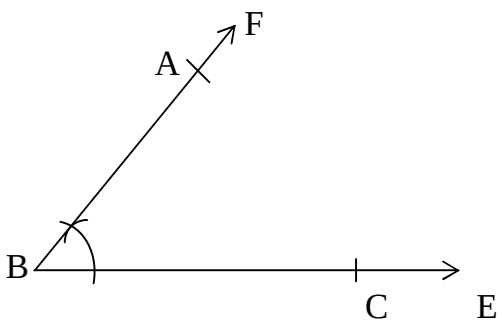
(ক) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.8 সে.মি., ও 3 সে.মি. এবং কোণ 45^o ।





সমাধান :

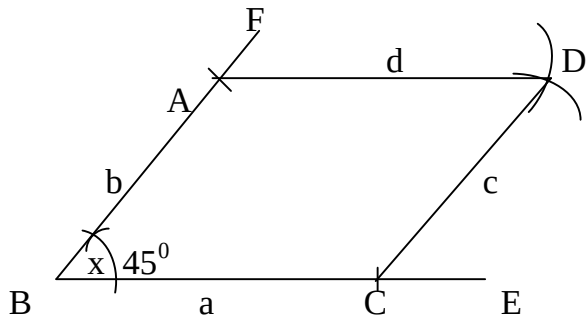
বিশেষ নির্বচন : মনেকরি, চতুর্ভুজের চারটি বাহু a, b, c ও d এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.8 সে.মি. ও 3 সে.মি. এবং a ও b এর অন্তরভুক্ত $\angle x = 45^0$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



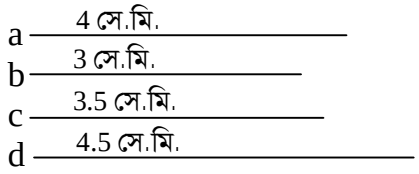
অঙ্কনের বিবরণ :

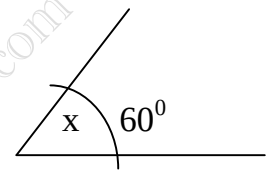
(১) যেকোনো রেখা BE থেকে BC=a কেটে নিই। B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ আঁকি। BF থেকে BA = b নিই।

(২) এখন A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।



(খ) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি., 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., ও 4.5 সে.মি. এবং কোণ 60^o ।

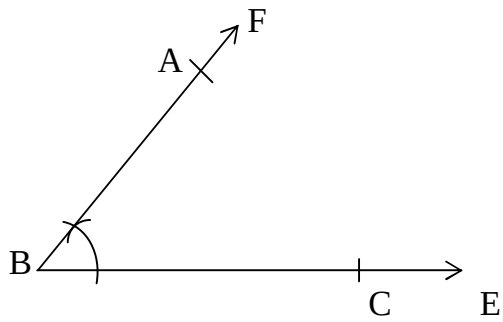




tanbircox.blogspot.com

সমাধান :

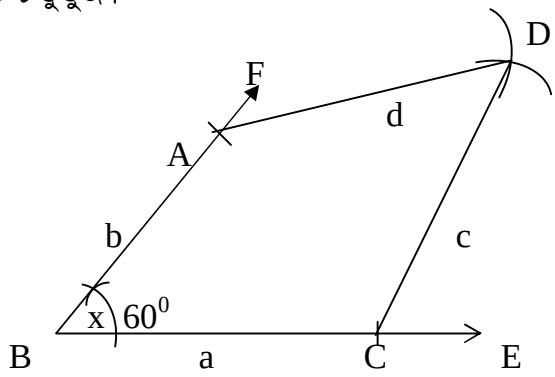
বিশেষ নির্বচন : মনেকরি, চতুর্ভুজের চারটি বাহু a, b, c ও d এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 4 সে.মি., 3 সে.মি., 3.5 সে.মি. ও 4.5 সে.মি. এবং a ও b এর অন্তরভুক্ত $\angle x = 60^0$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রেখা BE থেকে BC=a কেটে নিই। B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ আঁকি। BF থেকে BA = b নিই।

(২) এখন A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে ABC এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।



(গ) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.2 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.5 সে.মি., ও 2.8 সে.মি. এবং কর্ণ 5 সে.মি. ।

সমাধান :

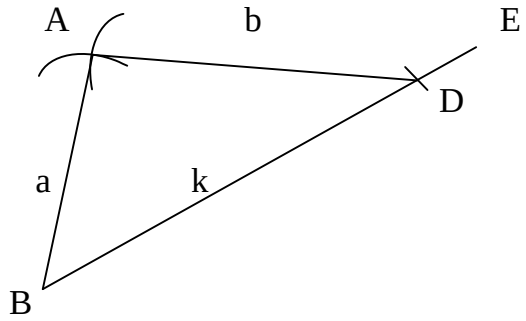
বিশেষ নির্বচন :

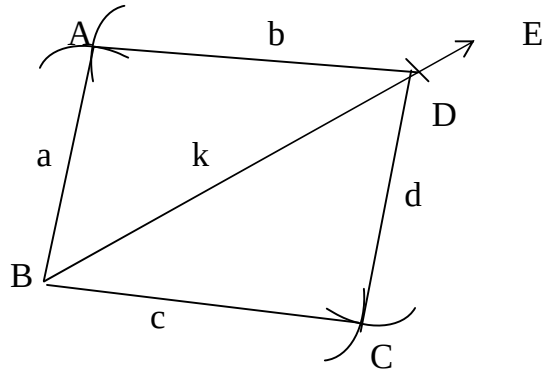
মনেকরি, চতুর্ভুজের চারটি বাহু a, b, c ও d এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.2 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.5 সে.মি. ও 2.8 সে.মি. এবং কর্ণ k এর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

tanbircox.blogspot.com

a ——— 3.2 সে.মি.
b ——— 3.5 সে.মি.
c ——— 2.5 সে.মি.
d ——— 2.8 সে.মি.
k ——— 5 সে.মি.

অঙ্কনের বিবরণ :





(১) যেকোনো রশ্মি BE হতে BD = k নিই। B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর এক পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।
(২) আবার B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যে পাশে A আছে তার বিপরীত পাশে আরো দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এ বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে। A, B; A, D; C, D এবং B, C যোগ করি। তাহলে ABCD- ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

tanbircox.blogspot.com

(ঘ) চারটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.2 সে.মি., 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., ও 2.8 সে.মি. এবং কর্ণ 5 সে.মি. ।

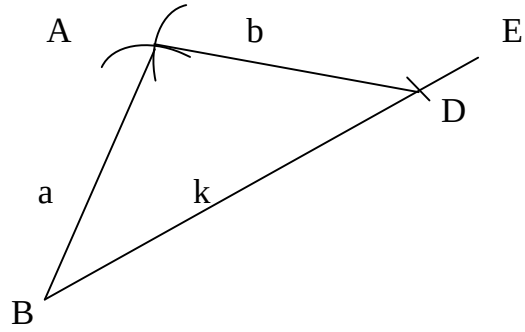
সমাধান :

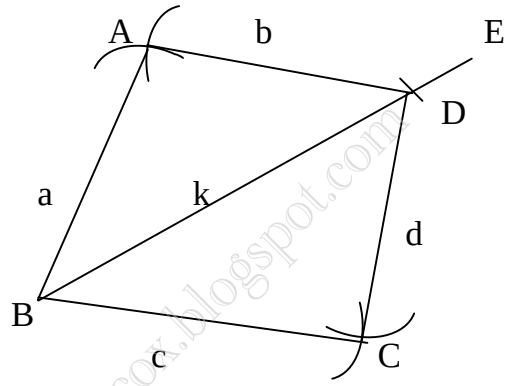
বিশেষ নির্বচন :

মনেকরি, চতুর্ভুজের চারটি বাহু a, b, c ও d এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.2 সে.মি., 3 সে.মি., 3.5 সে.মি. ও 2.8 সে.মি. এবং কর্ণ k এর দৈর্ঘ্য 5 সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

a ——— 3.2 সে.মি.
b ——— 3 সে.মি.
c ——— 3.5 সে.মি.
d ——— 2.8 সে.মি.
k ——— 5 সে.মি.

অঙ্কনের বিবরণ :





tanbircox.blogspot.com

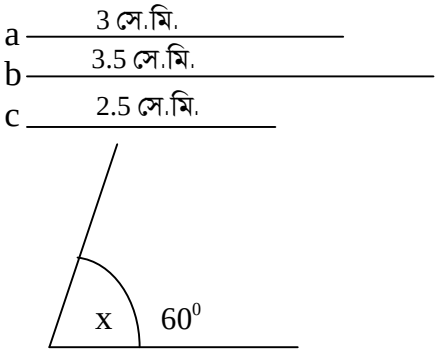
(১) যেকোনো রশ্মি BE হতে BD = k নিই। B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর এক পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে।

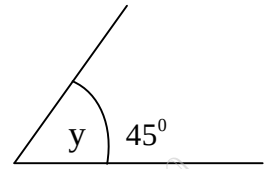
(২) আবার B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে c ও d এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর যে পাশে A আছে তার বিপরীত পাশে আরো দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এ বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পরকে C বিন্দুতে ছেদ করে। A, B; A, D; C, D এবং B, C যোগ করি। তাহলে ABCD- ই নির্ণেয় চতুর্ভুজ।

(ঙ) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 3.5 সে.মি., 2.5 সে.মি., এবং কোণ 60^o ও 45^o ।

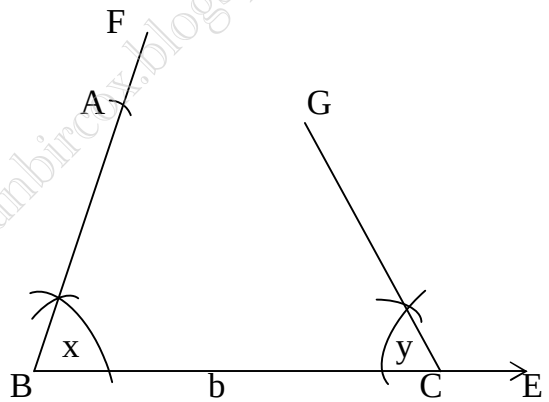
সমাধান :

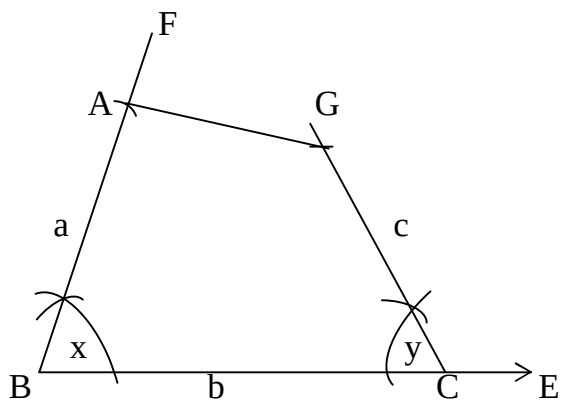
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a, b ও c এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3.2 সে.মি., 3 সে.মি. 3.5 সে.মি. ও 2.5 সে.মি. এবং b বাহু সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 60^0$ ও $\angle y = 45^0$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।





tanbircox.blogspot.com





অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রেখা BE থেকে BC = b নিই।

(২) B ও C বিন্দুতে $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে যথাক্রমে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ অঙ্কন করি।

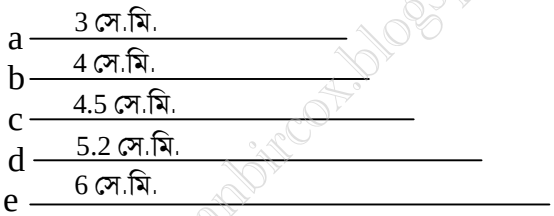
(৩) BF থেকে BA = a এবং CG থেকে CD = c নিই।

(৪) A ও D যোগ করি। তাহলে, ABCD - ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

(চ) তিনটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি., 4 সে.মি., 4.5 সে.মি., এবং দুইটি কর্ণ 5.2 সে.মি. ও 6 সে.মি. ।

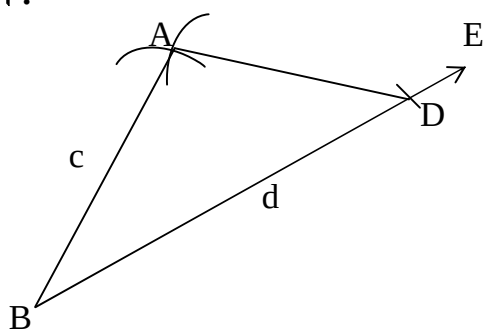
সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, চতুর্ভুজের তিনটি বাহু a, b ও c - এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি., 4 সে.মি., ও 4.5 সে.মি., এবং কর্ণ d ও e - এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 5.2 সে.মি. ও 6 সে.মি. দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

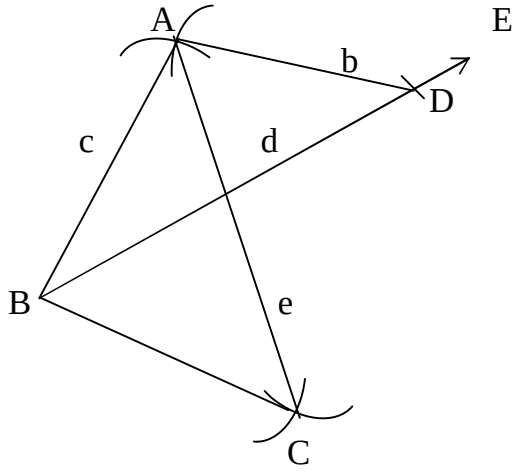


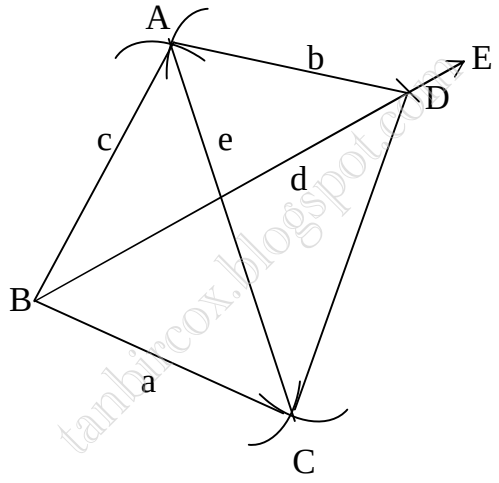
tanbircox.blogspot.com

অঙ্কনের বিবরণ :



(১) যেকোনো রেখা BE থেকে BD = d নিই। B ও D বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র কর যথাক্রমে c ও b এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর একই পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর A বিন্দুতে ছেদ করে। A, B ও A, D যোগ করি।





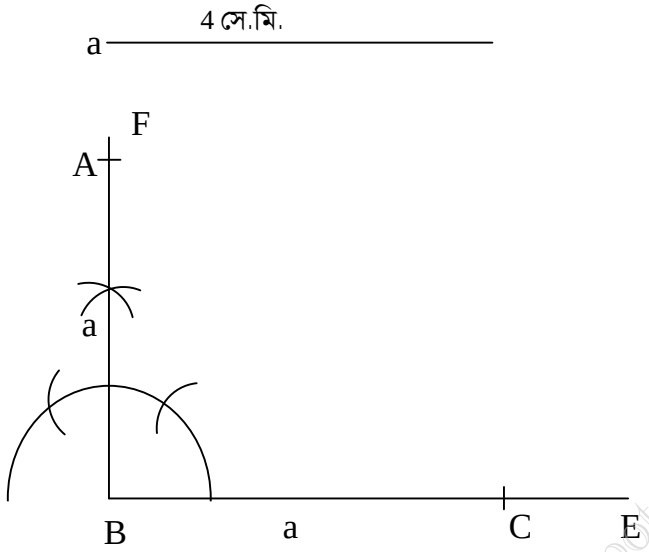
(২) আবার, B ও A কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও e এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD- এর যে দিকে A আছে তার বিপরীত দিকে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) এখন B, C; D, C ও A, C যোগকরি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

৪। একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য 4 সে.মি. বর্গটি আঁক।

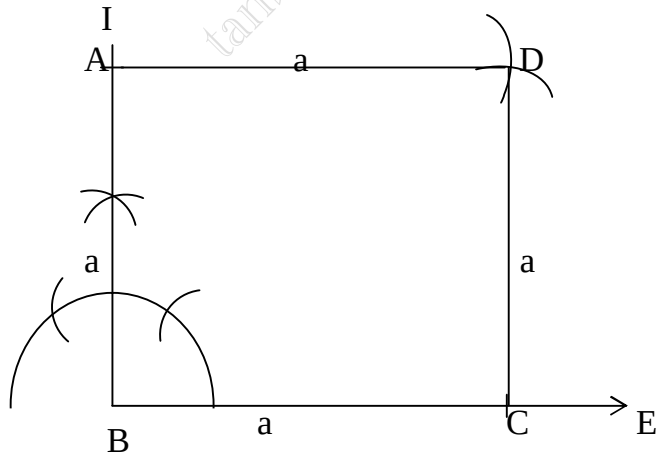
সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি বর্গের বাহুর দৈর্ঘ্য a = 4 সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রেখা BE থেকে BC = a নিই। B বিন্দুতে BF ⊥ BC আঁকি। BF থেকে BA = a নিই।



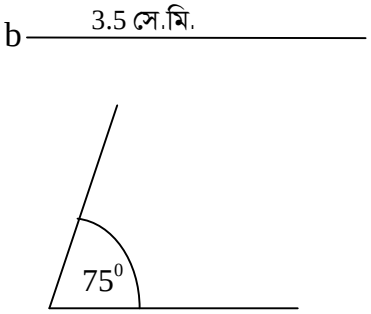
(২) A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ - এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। তারা পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। এখন A ও D এবং C ও D যোগ করি। তাহলে, ABCD- ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

tanbircox.blogspot.com

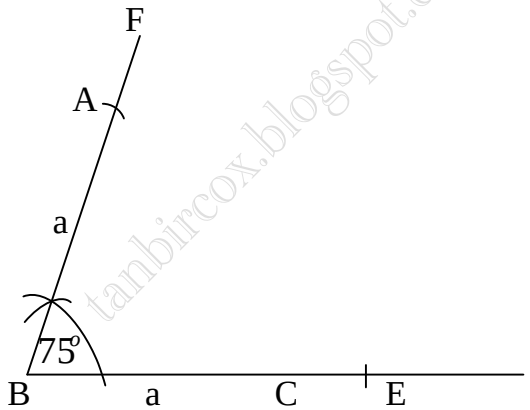
৫। রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3.5 সে.মি. 75^o রম্বসটি আঁক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, রম্বসের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 3.5 সে.মি. এবং একটি কোণ $\angle x = 75^o$ দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।

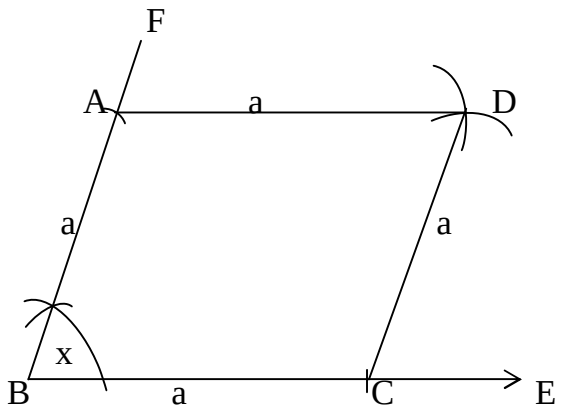


অঙ্কনের বিবরণ :



tanbircox.blogspot.com

(১) যেকোনো রেখা BE থেকে BC = a নিই। B বিন্দুতে $\angle EBF = \angle x$ আঁকি । BF থেকে BA =a নিই।

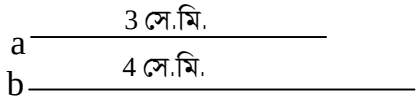


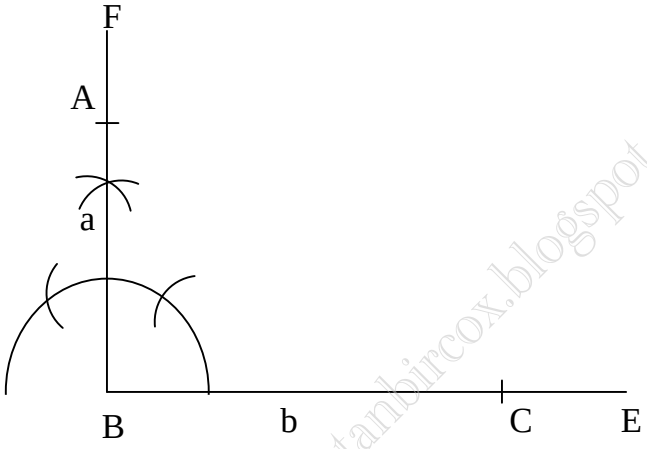
(২) A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ - এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্ত চাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। এখন A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

৬। আয়তের দুইটি বাহুর দৈর্ঘ্য 3 সে.মি. ও 4 সে.মি.; আয়টি আঁক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি আয়তের সন্নিহিত বাহু a ও b- এর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 3 সে.মি. ও 4 সে.মি. দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

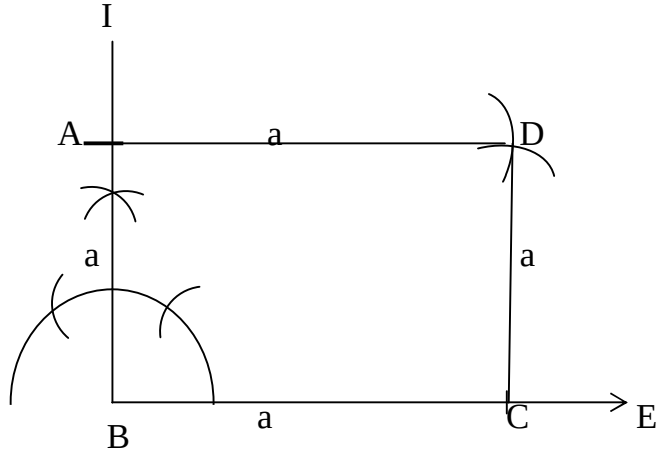




tanbircox.blogspot.com

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রেখা BE থেকে BC = b নিই। B বিন্দুতে BF ⊥ BC আঁকি। BF থেকে BA = a নিই।



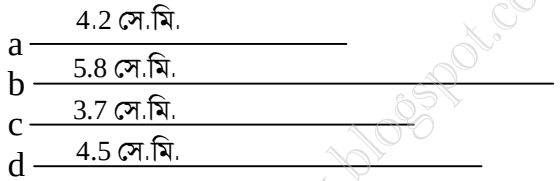
অঙ্কনের বিবরণ :

(২) A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে b ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ - এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্ত চাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। এখন A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট আয়ত।

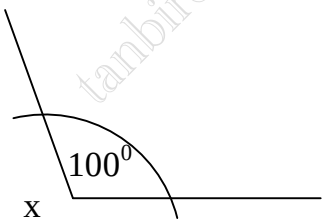
৭। চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটির ছেদবিন্দুতে কর্ণ দুইটির চারটি খন্ডিত অংশ এবং তাদের অন্তর্ভুক্ত কোণ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁক। OA = 4.2 সে.মি., OB = 5.8 সে.মি., OC = 3.7 সে.মি., OD = 4.5 সে.মি. ও $\angle AOB = 100^o$

সমাধান :

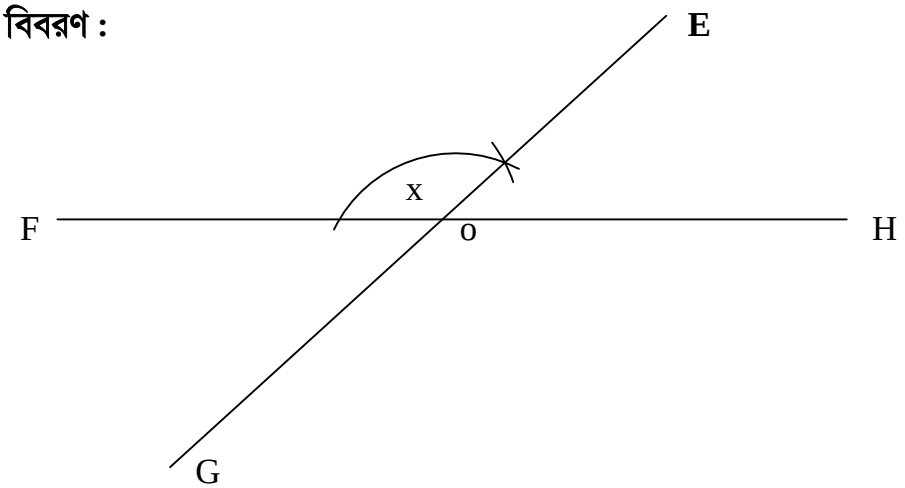
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি চতুর্ভুজের কর্ণ দুইটি পরস্পরকে a = OA = 4.2 সে.মি. ও c = OC = 3.7 সে.মি. এবং b = OB = 5.8 সে.মি. ও d = OD = 4.5 সে.মি. অংশে বিভক্ত করে এবং কর্ণ দুইটির ছেদবিন্দুতে উৎপন্ন একটি কোণ $\angle x = \angle AOB = 100^o$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।



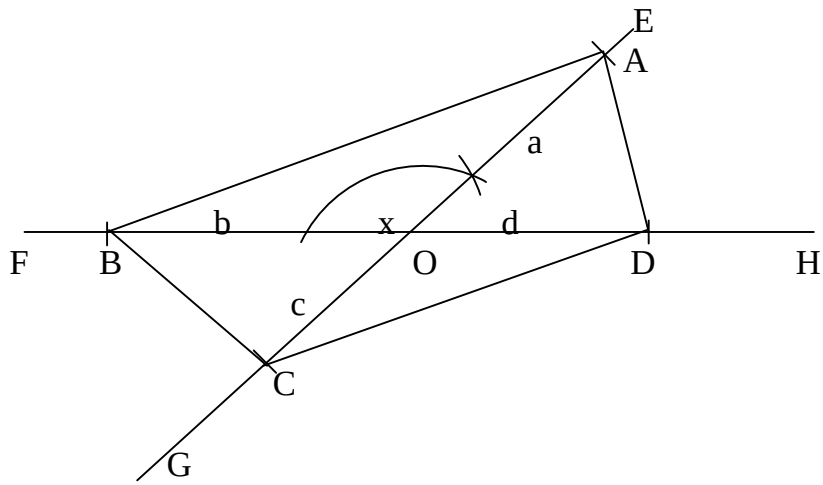
tanbircox.blogspot.com



অঙ্কনের বিবরণ :



(১) যেকোনো রেখা FH-এর একটি বিন্দু O নিই এবং O বিন্দুতে $\angle FOE = \angle x$ আঁকি EO রেখাকে G বর্ধিত করি।



(২) FH রেখার O বিন্দুর দুই পাশে Bও D বিন্দু নিই যেন OB = b, OD = d হয় এবং OE রেখা হতে OA = a এবং OG হতে OC = c নিই। A ও B, B ও C, C ও D এবং D ও A যোগ করি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

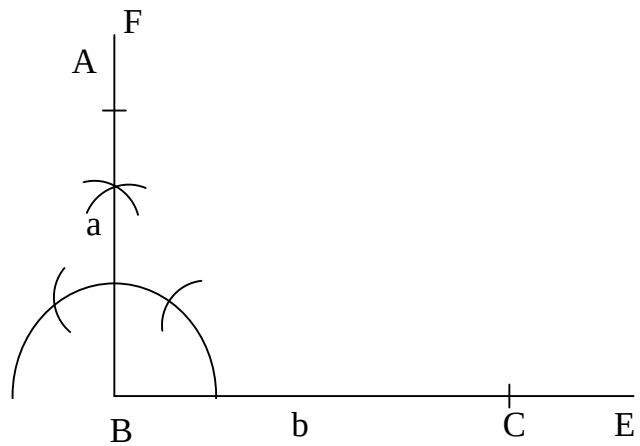
৮। দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। আয়টি আঁক।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি আয়তের দুইটি সন্নিহিত বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে a ও b দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

a ———————————

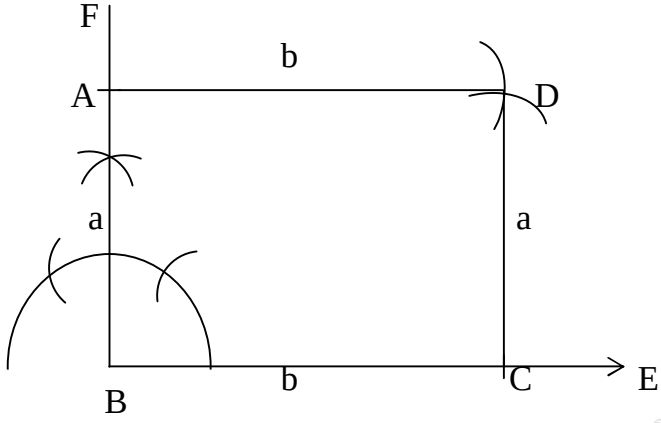
b ———————————



tanbircox.blogspot.com

অঙ্কনের বিবরণ :

(১) যেকোনো রেখা BE থেকে BC = b নিই। B বিন্দুতে BF ⊥ BC আঁকি। BF থেকে BA = a নিই।

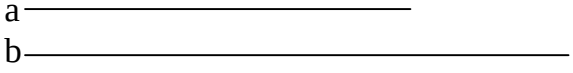


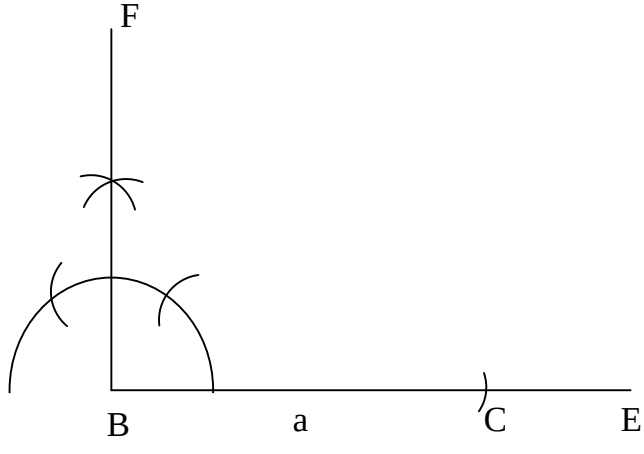
(২) A ও C কে কেন্দ্র করে যথাক্রমে b ও a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ - এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে। এখন A, D এবং C, D যোগ করি। তাহলে ABCD - ই উদ্দিষ্ট আয়ত।

৯। কর্ণ এবং একটি বাহুর দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। আয়তটি আঁকতে হবে।

সমাধান :

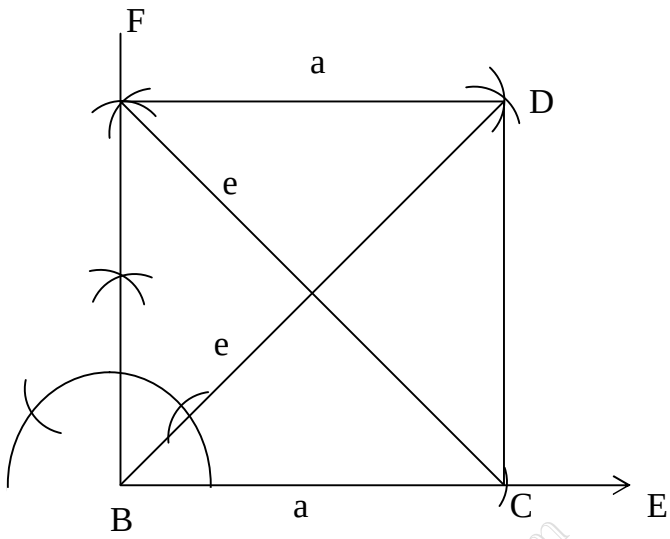
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি আয়তের কর্ণ ও একটি বাহুর দৈর্ঘ্য যথাক্রমে e ও a দেওয়া আছে। আয়তটি আকতে হবে।





অঙ্কনের বিবরণ :

যেকোনো রেখা BE থেকে BC = a নিই। B বিন্দুতে BF ⊥ BC আঁকি।



(২) C বিন্দুকে কেন্দ্র করে e- এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে একটি বৃত্তচাপ আঁকি। এটি BF কে A বিন্দুতে ছেদ করে।

(৩) এখন A ও B বিন্দুকে কেন্দ্র করে যথাক্রমে a ও e- এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। বৃত্তচাপদ্বয় পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।

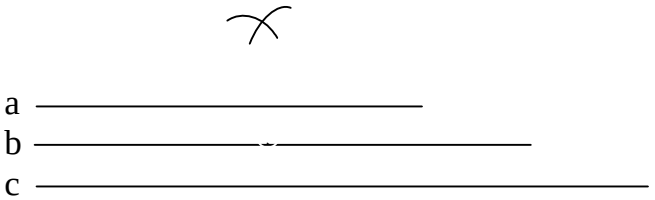
(৪) A ও D এবং C ও D যোগ করি। তাহলে ABCD উদ্দিষ্ট আয়ত।

tanbircox.blogspot.com

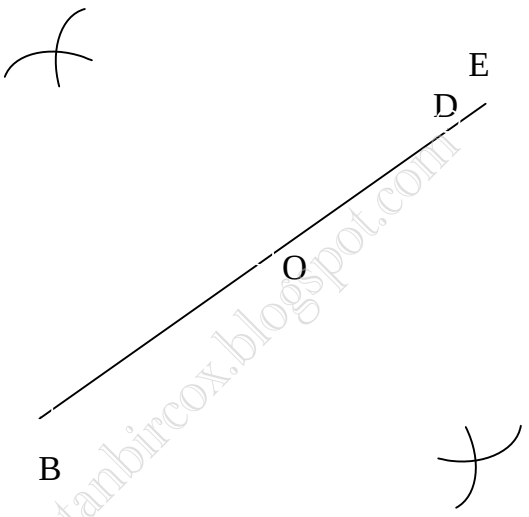
১০। একটি বাহু এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।

সমাধান :

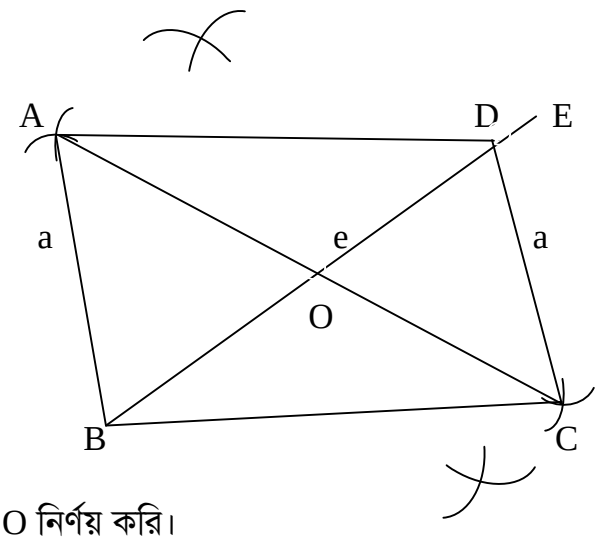
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, সামান্তরিকের একটি বাহু a এবং দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য d ও e দেওয়া আছে, সামান্তরিকটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :



(১) যেকোনো রেখা BE থেকে e- এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।



(২) BD - এর মধ্যবিন্দু O নির্ণয় করি।

(৩) B ও D বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD- এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

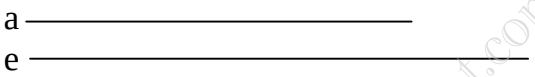
(৪) আবার O- কে কেন্দ্র করে d-এর অর্ধেকের সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD - এর উভয় পাশে আরও দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই চাপদ্বয় পূর্বের চাপদ্বয়কে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৫) এখন A ও B, A ও D, B ও C এবং C ও D যোগ করি। তাহলে, ABCD- ই উদ্দিষ্ট সামান্তরিক।

১১। একটি বাহু এবং একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

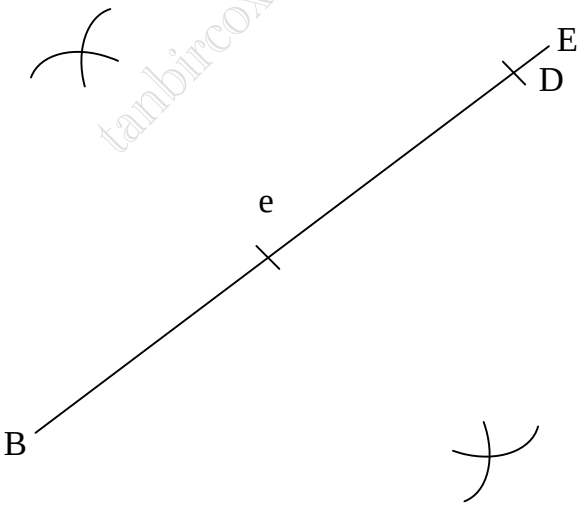
সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি রম্বসের একটি বাহু a ও একটি কর্ণের দৈর্ঘ্য e দেওয়া আছে, রম্বসটি আঁকতে হবে।



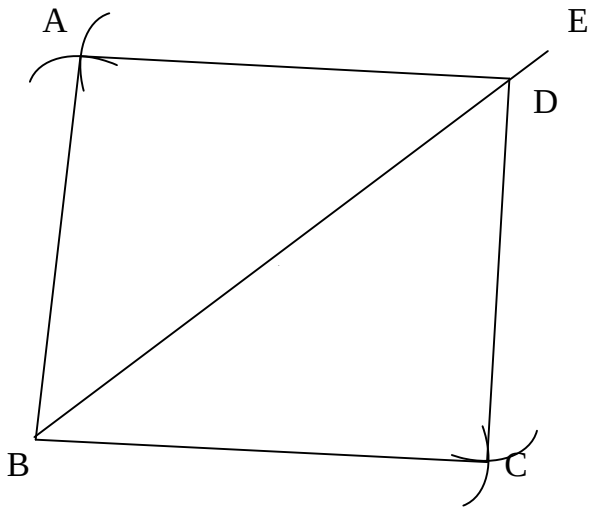
tanbircox.blogspot.com

অঙ্কনের বিবরণ :



(১) যেকোনো রেখা BE থেকে e-এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

(২) এখন B বিন্দুকে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD- এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।



(৩) আবার, D বিন্দুকে কেন্দ্র করে ঐ একই ব্যাসার্ধ নিয়ে BD- এর উভয় পাশে আরো দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। এই চাপদ্বয় পূর্বের চাপদ্বয়কে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

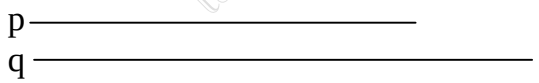
(৪) এখন, A ও B, B ও C, C ও D এবং D ও A বিন্দুগুলো যোগ করি। তাহলে ABCD- ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

tanbircox.blogspot.com

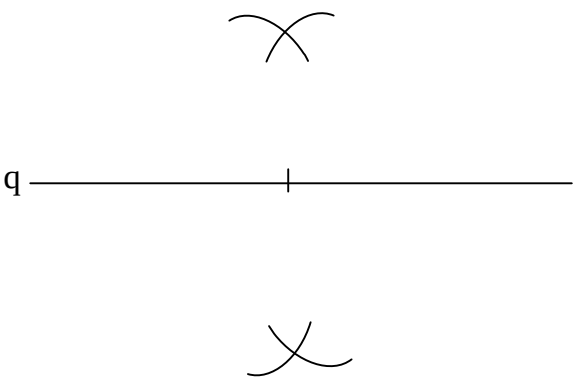
১২। দুইটি কর্ণের দৈর্ঘ্য দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁক।

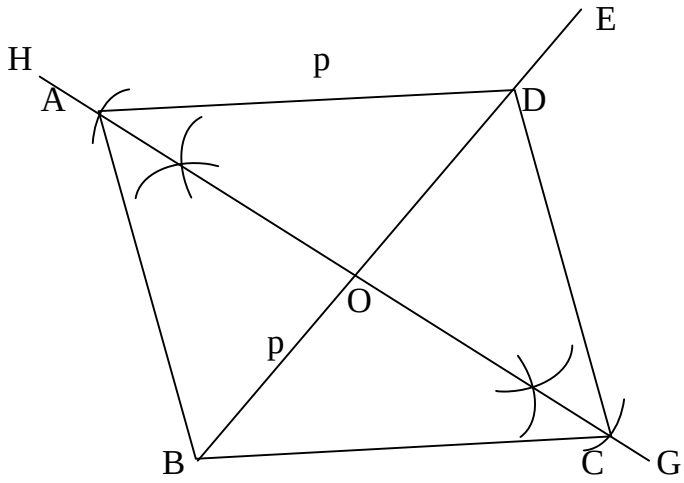
সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, একটি রম্বসের দুটি কর্ণের দৈর্ঘ্য p ও q দেওয়া আছে। রম্বসটি আঁকতে হবে।



অঙ্কনের বিবরণ :





(১) যেকোনো রেখা BE থেকে কর্ণ p- এর সমান করে BD অংশ কেটে নিই।

(২) BD রেখাকে O বিন্দুতে GH রেখা দ্বারা সমদ্বিখন্ডিত করি। এখন O কে কেন্দ্র করে q এর অর্ধেকের সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে BD এর উভয় পাশে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি।

(৩) এই বৃত্ত চাপদ্বয় GH রেখাকে যথাক্রমে A ও C বিন্দুতে ছেদ করে।

(৪) এখন A ও B, B ও C, C ও D এবং D ও A বিন্দুগুলো যোগ করি। তাহলে ABCD - ই উদ্দিষ্ট রম্বস।

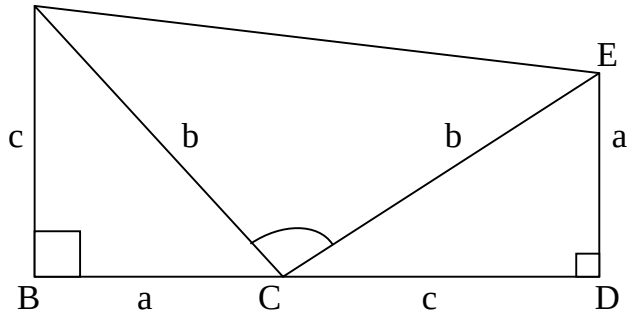
tanbircox.blogspot.com

নবম অধ্যায় ৯ পিথাগোরাসের উপপাদ্য

৯.২ পিথাগোরাসের উপপাদ্য

একটি সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান।

A (দুইটি সমকোণী ত্রিভুজের সাহায্যে)



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABC সমকোণী ত্রিভুজের $\angle B = 90^0$ অতিভুজ AC = b, AB = c ও BC = a। প্রমাণ করতে হবে যে, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ অর্থাৎ $b^2 = c^2 + a^2$

অঙ্কন : BC কে D পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন CD = AB = c হয়। D বিন্দুতে বর্ধিত BC এর উপর DE লম্ব আঁকি, যেন DE = BC = a হয়। C, E ও A, E যোগ করি।

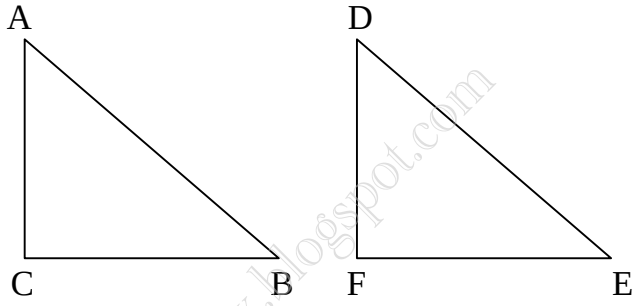
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC ও ΔCDE এ AB = CD = c, BC = DE = a এবং অন্তর্ভুক্ত $\angle ABC$ = অন্তভুক্ত $\angle CDE$ [প্রত্যেকে সমকোণ] সুতারাং, $\Delta ABC \cong \Delta CDE$ $\therefore$ AC = CE = b এবং $\angle BAC = \angle ECD$	[বাহু- কোণ- বাহু উপপাদ্য]
(২) আবার, AB $\perp$ BD এবং ED $\perp$ BD বলে AB ‖ ED সুতারাং, ABDE একটি ট্রাপিজিয়াম।	[ছেদকের দুই অন্তঃস্থ কোণের সমষ্টি 2 সমকোণ]
(৩) তদুপরি, $\angle ACB + \angle BAC = \angle ACB + \angle ECD$ = এক সমকোণ। $\therefore \angle ACE$ = এক সমকোণ। ΔACE সমকোণী ত্রিভুজ। এখন ABDE ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল	
= (Δ ক্ষেত্র ABC + Δ ক্ষেত্র CDE + Δ ক্ষেত্র ACE)	[ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল
বা, $\frac{1}{2}$ BD(AB + DE) = $\frac{1}{2}$ ac + $\frac{1}{2}$ ac + $\frac{1}{2}$ b^2	= $\frac{1}{2}$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল ×

বা, $\frac{1}{2}(BC+CD)(AB+DE) = \frac{1}{2}[\,2ac + b^2\,]$ বা, $(a + c)(a + c) = 2ac + b^2$ [2 দ্বারা গুণ করে] বা, $a^2 + 2ac + c^2 = 2ac + b^2$ বা, $a^2 + c^2 = b^2$ **(প্রমাণিত)**	সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব]

৯.৩ পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য

যদি কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের সমষ্টির সমান হয়, তবে শেষোক্ত বাহুদ্বয়ের অন্তর্ভুক্ত কোণটি সমকোণ হবে।



tanbircox.blogspot.com

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC এর $AB^2 = AC^2 + BC^2$. প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle C$ = এক সমকোণ।

অঙ্কন : এমন একটি ত্রিভুজ DEF আঁকি, যেন $\angle F$ এক সমকোণ, EF = BC এবং DF = AC হয়।

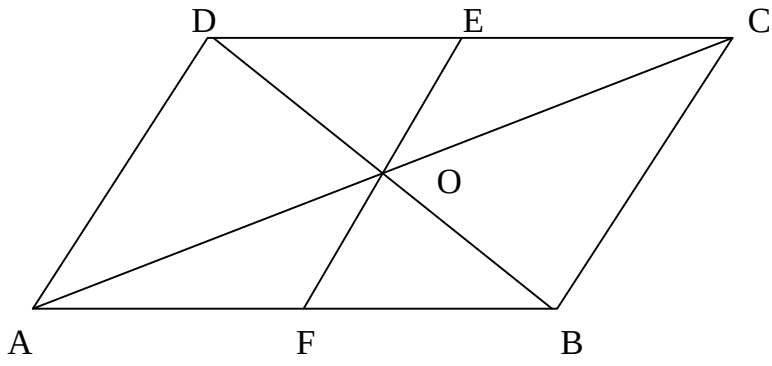
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $DE^2 = EF^2 + DF^2$ $= BC^2 + AC^2$ $= AB^2$	[কারণ ΔDEFএক সমকোণ]
এখন ΔABC ও ΔDEF এ BC = EF, AC = DF AB = DE	[কল্পনা]
$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$	[বাহু- বাহু- বাহু সর্বসমতা]
$\therefore \angle C = \angle F$	
$\therefore \angle F$ = এক সমকোণ $\therefore \angle C$ = এক সমকোণ । **(প্রমাণিত)**	

অনুশীলনী ৯

১। ABCD সামান্তরিকের অভ্যন্তরে O যেকোনো একটি বিন্দু।
প্রমাণ করতে হবে যে, Δক্ষেত্র AOB + Δ ক্ষেত্র COD = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্রে ABCD)

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন :
দেওয়া আছে, ABCD সামান্তরিকের অভ্যন্তরে O যেকোনো একটি বিন্দু। O, A; O, B; O, C এবং O, D যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র AOB + Δ ক্ষেত্র COD = $\frac{1}{2}$ (সামান্তরিকক্ষেত্রে ABCD)

অঙ্কন : O বিন্দু হতে AB- এর উপর OF লম্ব টানি। FO কে E পর্যন্ত এমনভাবে বর্ধিত করি যেন তা CD কে E বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ :

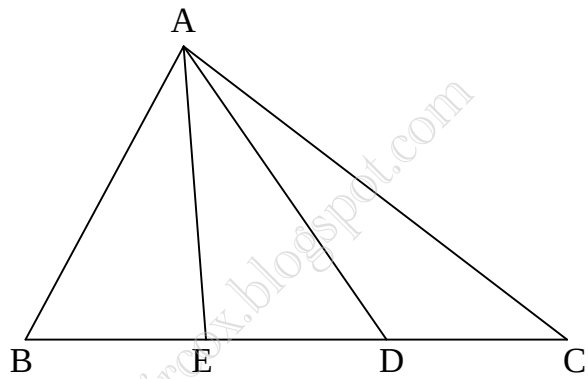
ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AB ।। CD এবং EF তাদের ছেদক। ∴ ∠DEF = ∠ EFB = এক সমকোণ	[একান্তর কোণ এবং EF⊥ AB বলে]
∴ ABCD সামান্তরিকের উচ্চতা EF সুতারাং ABCD = AB × EF	[যেহেতু সামান্তরিক ক্ষেত্র = ভুমি × উচ্চতা]
এখানে, ΔAOB এ ভূমি AB এবং উচ্চতা OF	
∴ Δ ক্ষেত্র AOB = $\frac{1}{2}$ × AB × OF	[∵ ∠OFB = এক সমকোণ]
(২) অনুরূপভাবে, Δ ক্ষেত্র COD = $\frac{1}{2}$ × CD × OE	[∵ ∠OED = এক সমকোণ তাই OF উচ্চতা]
= $\frac{1}{2}$ × AB × OE	[সামান্তরিকের বিপরীত বাহু পরস্পর সমান]
(৩) Δ ক্ষেত্র AOB + Δ ক্ষেত্র COD	[(১) ও (২) থেকে]

tanbircox.blogspot.com

$= \frac{1}{2} \times AB \times OF + \frac{1}{2} \times AB \times OE$ $= \frac{1}{2} AB(OF + OE)$ $= \frac{1}{2} AB.EF$ $= \frac{1}{2}$(সামান্তরিক ক্ষেত্র ABCD) **(প্রমাণিত)**	

২। প্রমাণ কর যে, ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজক্ষেত্রটিকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

সমাধান :



tanbircox.blogspot.com

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔABC- এ AD একটি মধ্যমা। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র ABD = Δ ক্ষেত্র ACD

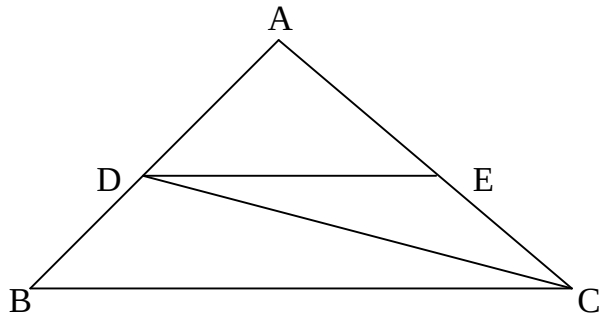
অঙ্কন : A বিন্দু থেকে BC - এর উপর AE লম্ব আঁকি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AD মধ্যমা, সেহেতু BD = CD Δ ক্ষেত্র ABD- এর ক্ষেত্রফল = $= \frac{1}{2} \times BD \times AE$ (২) আবার, Δ ক্ষেত্র ACD- এর ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times CD \times AE$ $= \frac{1}{2} \times BD \times AE$ $\therefore$ Δ ক্ষেত্র ABD = Δ ক্ষেত্র ACD। **(প্রমাণিত)**	[ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ভুমি$\times$উচ্চতা] [(১) থেকে]

৩। ΔABC এ AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E. প্রমাণ করতে হবে যে, Δক্ষেত্র CDE = $\frac{1}{2}$ (Δক্ষেত্র ABC).

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC- এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E। প্রমাণ করতে হবে যে, Δ ক্ষেত্র $CDE = \frac{1}{4}(\Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC)$

অঙ্কন : C, D এবং D, E যোগ করি।

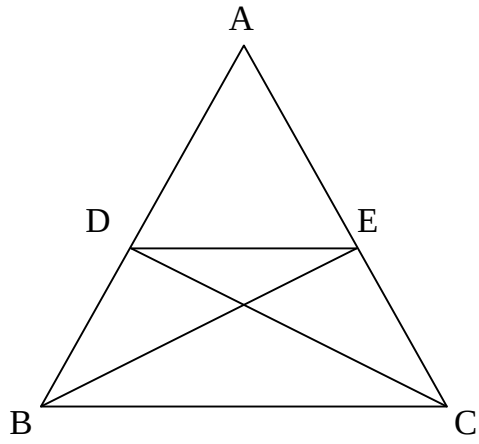
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু, D, AB- এর মধ্যবিন্দু। সেহেতু CD, ΔABC- এর মধ্যমা। $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $CDE = \frac{1}{2}(\Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC)$ (২) আবার, যেহেতু ΔACD- এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু E সুতারাং DE, ΔACD- এর মধ্যমা $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $CDE = \frac{1}{2}(\Delta \text{ ক্ষেত্র } ACD)$ $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (\Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC)$ $= \frac{1}{4}(\Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC)$ অর্থাৎ Δক্ষেত্র $CDE = \frac{1}{4}(\Delta \text{ ক্ষেত্র } ABC)$ **(প্রমাণিত)**	[ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে দুইটি সমান অংশে বিভক্ত করে] [ত্রিভুজের যেকোনো মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান দুইটি অংশে বিভক্ত করে] [(১) থেকে]

tanbircox.blogspot.com

৪। ΔABC এ BC ভূমির সামান্তরাল যেকোণ সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, Δক্ষেত্র DBE = Δক্ষেত্র EBC এবং = Δক্ষেত্র CDE

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC- এর ভূমি BC - এর সমান্তরাল যেকোনো সরলরেখা AB ও AC বাহুকে যথাক্রমে D ও E বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, Δক্ষেত্র DBC = Δক্ষেত্র EBC এবং Δক্ষেত্র BDE = Δক্ষেত্র CDE

অঙ্কন :

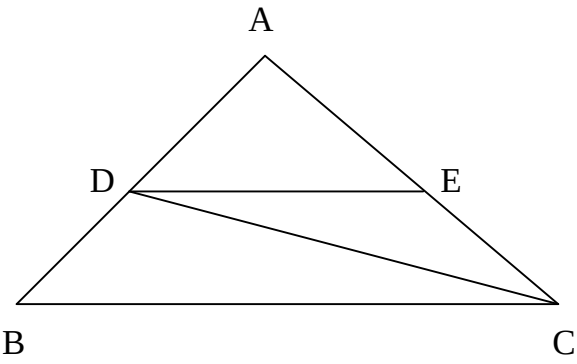
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔDBC ও ΔEBC - এ ভূমি BC = ভূমি BC, BD = CE এবং $\angle EBC = \angle DCB$ ∴ Δক্ষেত্র DBC = Δক্ষেত্র EBC	[ত্রিভুজদ্বয় একই ভূমি BC এর ওপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল BC ও DE এর মধ্যে অবস্থিত]
(২) ΔBDE ও ΔCDE- এ ভূমি DE = ভূমি DE, BD = CE এবং $\angle BED = \angle CDE$ অতএব, Δক্ষেত্র BDE = Δক্ষেত্র CDE **(প্রমাণিত)**	[ত্রিভুজদ্বয় একই ভূমি DE এর ওপর এবং একই সমান্তরাল রেখাযুগল DE ও BC এর মধ্যে অবস্থিত।]

tanbircox.blogspot.com

৫। ΔABC এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E । প্রমাণ কর যে, Δক্ষেত্র $ADE = \frac{1}{4}$ (Δ ক্ষেত্র ABC)

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC- এর AB ও AC বাহুদ্বয়ের মধ্যবিন্দু যথাক্রমে D ও E। প্রমাণ করতে হবে যে, Δক্ষেত্র $ADE = \frac{1}{4}$(Δক্ষেত্র ABC)

অঙ্কন : C, D এবং D, E যোগ করি

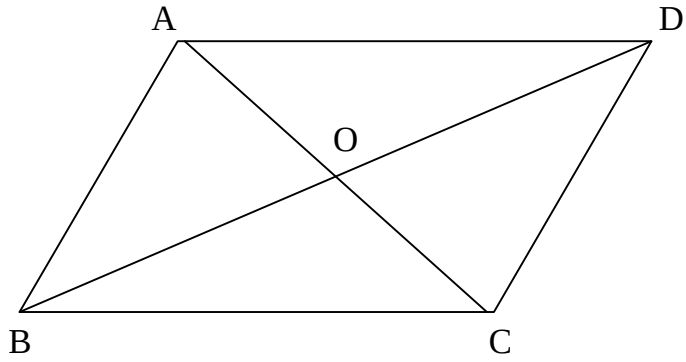
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু, D, AB- এর মধ্যবিন্দু সেহেতু CD, ΔABC-এর একটি মধ্যমা। $\therefore \Delta$ ক্ষেত্র $ACD = \frac{1}{2}$(Δ ক্ষেত্র ABC)	[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটি অংশে ভাগ করে]
(২) যেহেতু Δ ক্ষেত্র ACD- এর AC বাহুর মধ্যবিন্দু E. সেহেতু DE, ΔACD- এর মধ্যমা। $\therefore \Delta$ক্ষেত্র $ADE = \frac{1}{2}$(Δ ক্ষেত্র ACD) $= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$($\Delta$ক্ষেত্র ABC) $= \frac{1}{4}$(Δক্ষেত্র ABC) অর্থাৎ Δক্ষেত্র $ADE = \frac{1}{4}$(Δক্ষেত্র ABC). **(প্রমাণিত)**	[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান ক্ষেত্রফল বিশিষ্ট দুইটি অংশে ভাগ করে] [(১) থেকে]

tanbircox.blogspot.com

৬। প্রমাণ কর যে, সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় সামান্তরিকক্ষেত্রটিকে চারটি সমান ত্রিভুজক্ষেত্রে বিভক্ত করে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি সামান্তরিক। এর AC ও BD কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে। প্রমাণ করতে হবে যে, Δক্ষেত্র $\Delta AOB = \Delta$ক্ষেত্র $BOC = \Delta$ক্ষেত্র $COD = \Delta$ক্ষেত্র AOD.

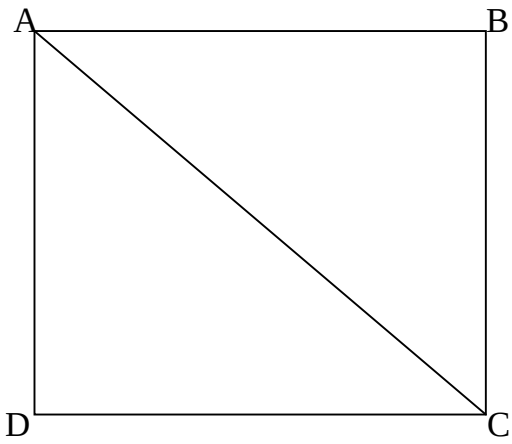
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) $AO = CO$ এবং $BO = DO$	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
(২) এখন, ΔABC- এ BO মধ্যমা $\therefore \Delta$ক্ষেত্র $AOB = \Delta$ক্ষেত্র BOC $= \frac{1}{2} \Delta$ক্ষেত্র ABC	[ত্রিভুজের মধ্যমা ত্রিভুজকে সমান ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট দুইটি অংশে বিভক্ত করে]
(৩) ΔADC- এ DO মধ্যমা $\therefore \Delta$ক্ষেত্র $COD = \Delta$ক্ষেত্র AOD $= \frac{1}{2} \Delta$ক্ষেত্র ADC $\therefore \Delta ABC \cong \Delta ADC$	[সামান্তরিকের কর্ণ সামান্তরিক ক্ষেত্রকে দুইটি সর্বসম ত্রিভুজে বিভক্ত করে]
বা, Δক্ষেত্র $ABC = \Delta$ক্ষেত্র ADC $\therefore \frac{1}{2} \Delta$ক্ষেত্র $ABC = \frac{1}{2} \Delta$ক্ষেত্র ADC	[সর্বস্ব ত্রিভুজদ্বয়ের ক্ষেত্রফল সমান]
(৪) Δক্ষেত্র $AOB = \Delta$ক্ষেত্র $BOC = \Delta$ক্ষেত্র $COD = \Delta$ক্ষেত্র AOD **(প্রমাণিত)**	[ধাপ (২) ও (৩) হতে]

tanbircox.blogspot.com

৭। প্রমাণ কর যে, কোনো বর্গক্ষেত্র তার কর্ণের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের অর্ধেক।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD একটি বর্গক্ষেত্র। এর AC কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 = \frac{1}{2}AC^2$

প্রমাণ :

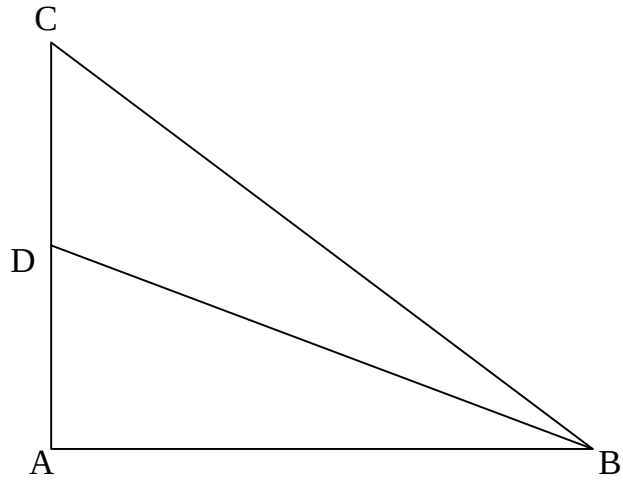
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC- এ $\angle B$ = এক সমকোণ $\therefore \Delta ABC$ সমকোণী এবং AC এর অতিভুজ।	[বর্গক্ষেত্রের সকল কোণ সমকোণ]
(২) এখন, ΔABC- এ $AC^2 = AB^2 + BC^2$ বা, $AC^2 = AB^2 + AB^2$ বা, $2AB^2 = AC^2$ $\therefore AB^2 = \frac{1}{2}AC^2$ **(প্রমাণিত)**	[পীথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী] [বর্গক্ষেত্রের বাহুগুলো পরস্পর সমান]

tanbircox.blogspot.com

৮। ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ। D, AC এর উপরস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ কর যে,

$BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ABC ত্রিভুজের $\angle A$ = এক সমকোণ এবং D, AC- এর উপস্থ একটি বিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$

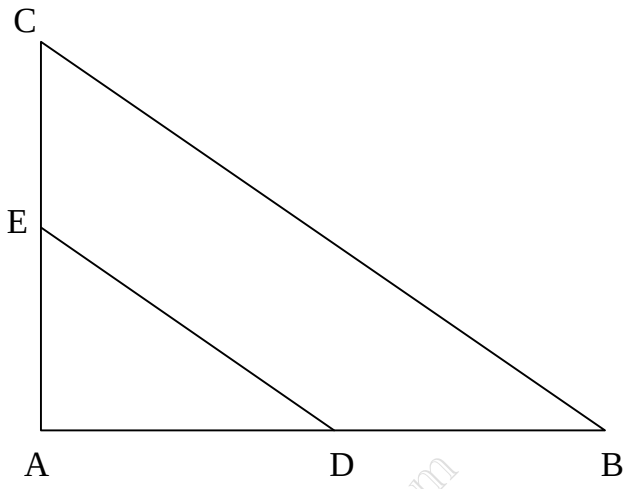
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু, ABC সমকোণী ত্রিভুজে $\angle A$ = এক সমকোণ এবং BC এর অতিভুজ। $BC^2 = AB^2 + AC^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(২) অনুরূপভাবে, ABD সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ BD $\therefore AB^2 + AD^2 = BD^2$ বা, $AD^2 = BD^2 - AB^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(৩) এখানে, $BC^2 + AD^2$ $= AB^2 + AC^2 + BD^2 - AB^2$ সুতারাং, $BC^2 + AD^2 = BD^2 + AC^2$ **(প্রমাণিত)**	[(১) ও (২) থেকে]

tanbircox.blogspot.com

৯। ΔABC ত্রিভুজের $\angle A$ = একসমকোণ D ও E যথাক্রমে AB ও AC এর মধ্যবিন্দু হলে, প্রমাণ কর যে, $DE^2 = CE^2 + BD^2$ ।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC- এর $\angle A$ = এক সমকোণ। D ও E যথাক্রমে AB ও AC-এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, $DE^2 = CE^2 + BD^2$

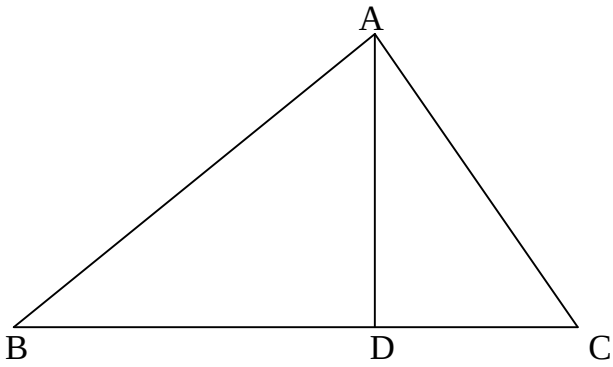
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) এখানে, AD = BD এবং AE = CE	[D ও E যথাক্রমে AB ও AC- এর মধ্যবিন্দু।]
(২) এখন ADE সমকোণী ত্রিভুজে,	
$DE^2 = AE^2 + AD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুসারে]
$\therefore DE^2 = CE^2 + BD^2$ **(প্রমাণিত)**	[(১) থেকে]

tanbircox.blogspot.com

১০। ΔABC এ BC এর উপর লম্ব AD এবং AB > AC প্রমাণ কর যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC- এ BC এর উপর লম্ব AD এবং AB > AC প্রমাণ করতে হবে যে, $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$

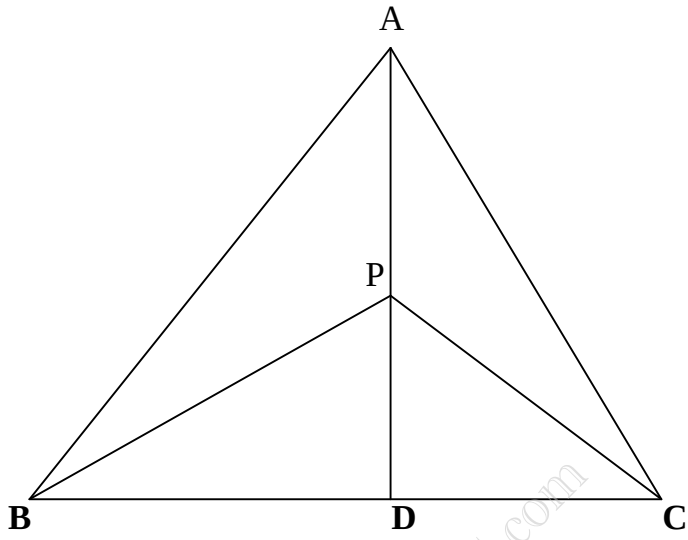
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC এ AD, BC- এর উপর লম্ব। $\therefore \Delta ABC$ ও ΔACD উভয়ই সমকোণী ত্রিভুজ।	
(২) এখন ABD সমকোণী ত্রিভুজে AB অতিভুজ $\therefore BD^2 + AD^2 = AB^2$ বা, $AD^2 = AB^2 - BD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(৩) আবার, ACD সমকোণী ত্রিভুজে $AD^2 + CD^2 = AC^2$ বা, $AD^2 = AC^2 - CD^2$	[পিথাগোরাসের উপপাদ্য অনুযায়ী]
(৪) $AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$ $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$ **(প্রমাণিত)**	[(২) ও (৩) থেকে]

tanbircox.blogspot.com

১১। ΔABC এ BC এর উপর AD লম্ব এবং AD এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও AB > AC প্রমাণ কর যে, $AB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$

সমাধান :



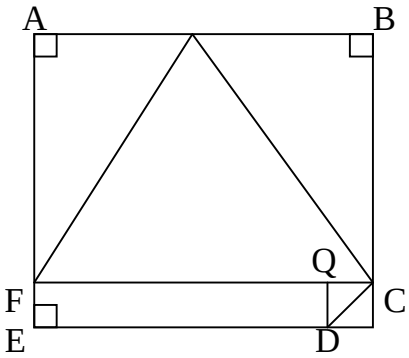
বিশেষ নির্বচন : দেওয়া আছে, ΔABC- এ BC- এর উপর লম্ব AD এবং AD- এর উপর P যেকোনো বিন্দু ও AB > AC । P, B ও P, C যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে $AB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔABC - এ $AD \perp BC$, ΔABD, ΔACD, ΔBPD এবং ΔCPD প্রত্যেকেই সমকোণী ত্রিভুজ	
(২) এখন ΔABD- এ, $AB^2 = BD^2 + AD^2$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান]
(৩) ΔACD- এ $AC^2 = AD^2 + CD^2$	[একই কারণে]
(৪) $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$	[(২) ও (৩) থেকে]
(৫) আবার, ΔBPD - এ $PB^2 = BD^2 + PD^2$	[সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর বর্গক্ষেত্র অপর দুই বাহুর উপর বর্গক্ষেত্রের সমষ্টির সমান]
(৬) ΔPCD - এ $PC^2 = PD^2 + CD^2$	[একই কারণে]
(৭) $PB^2 - PC^2 = BD^2 - CD^2$ $PB^2 - PC^2 = AB^2 - AC^2$ **(প্রমাণিত)**	[(৫) ও (৬) থেকে] [(৪) থেকে]

tanbircox.blogspot.com

১২। ABCD বহুভুজে AE ।। BC, CF⊥ AE এবং DQ⊥ CF, ED =10 মি.মি. EF = 2 মি.মি. BC = 8 মি.মি. AB = 12 মি.মি.



উপরের তথ্যের ভিত্তিতে নিচের (১- ৪) নম্বর প্রশ্নের উত্তর দাও :

১। ABCD চতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল কত বর্গ মি.মি.?

(ক) 64 **(খ)** 96 (গ) 100 (ঘ) 144

২। নিচের কোনটি FPC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর?

(ক) 32 **(খ)** 48 (গ) 72 (ঘ) 60

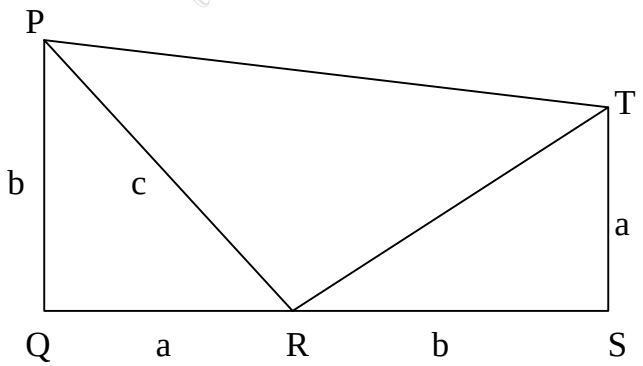
৩। CD - এর দৈর্ঘ্য নিচের কোনটিতে প্রকাশ পায়?

(ক) $2\sqrt{2}$ (খ) 4 (গ) $4\sqrt{2}$ (ঘ) 8

৪। নিচের কোনটিতে ΔFPC ও ΔDQC এর ক্ষেত্রফলের অন্তর নির্দেশ কর?

(ক) 46 বর্গ একক (খ) 48 বর্গ একক (গ) 50 বর্গ একক (ঘ) 52 বর্গ একক

১৩।



(ক) PQST কী ধরনের চতুর্ভুজ? স্বপক্ষে যুক্তি দাও।

(খ) দেখাও যে, ΔPRT সমকোণী।

(গ) প্রমাণ কর যে, $PR^2 = PQ^2 + QR^2$

tanbircox.blogspot.com

সমাধান :

(ক) PQST চতুর্ভজটি ট্রাপিজিয়াম। কারণ PQST চতুর্ভুজের বিপরীত বাহু PQ ও TS বাহুদ্বয় সমান্তরাল এবং অপর বিপরীত PT ও QS বাহুদ্বয় অসমান্তরাল।

(খ) ΔPQR ও ΔRST এ $PQ = RS = b$, $QR = ST = a$ এবং $\angle PQR = \angle RST$ [প্রত্যেক 90^0]

$\Delta PQR \cong \Delta RST \therefore PR = RT = c$ এবং $QPR = TRS$

আবার, $PQ \perp QS$ এবং $TS \perp QS$ বলে, $PQ \parallel TS$ সুতারাং, PQST একটি ট্রাপিজিয়াম.

এখন, $\angle PRO + \angle QPR = \angle PRO + \angle TRS = 1$ সমকোণ

$\therefore \angle PRT =$ এক সমকোণ। সুতারাং ΔPQR সমকোণী ত্রিভুজ। **(দেখানো হলো)**

(গ) এখন, PQST ট্রাপিজিয়াম ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল = Δ ক্ষেত্র PQR + Δ ক্ষেত্র RST Δ ক্ষেত্র PRT

বা, $\frac{1}{2}QS(PQ+TS) = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$

বা, $\frac{1}{2}(QR+RS)(PQ+TS) = \frac{1}{2}(2ab+c^2)$

বা, $\frac{1}{2}(a+b)(b+a) = \frac{1}{2}(2ab+c^2)$

বা, $a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$

বা, $a^2 + b^2 = c^2$

বা, $c^2 = b^2 + a^2$

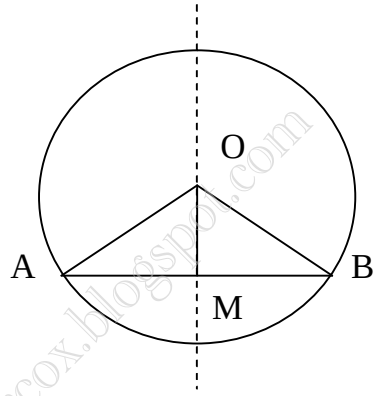
$\therefore PR^2 = PQ^2 + QR^2$ (প্রমাণিত)

tanbircox.blogspot.com

দশম অধ্যায় ১০ বৃত্ত

উপপাদ্য ১। বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন কোনো জ্যা- এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা- এর উপর লম্ব।

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস নয় এমন একটি জ্যা এবং M এই জ্যা- এর মধ্যবিন্দু। O, M যোগ করি। প্রমাণ করতে হবে যে, OM রেখাংশ AB জ্যা- এর উপর লম্ব।



tanbircox.blogspot.com

অঙ্কন : O, A এবং O, B যোগ করি।

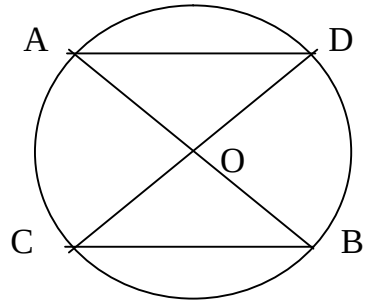
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔOAM এবং ΔOBM এ $AM = BM$ $OA = OB$ এবং $OM = OM$ $\Delta OAM \cong \Delta OBM$ $\therefore \angle OMA = \angle OMB$ (২) যেহেতু কোণদ্বয় রৈখিক যুগল কোণ এবং এদের পরিমাপ সমান, সুতারাং $\angle OMA = \angle OMB = 1$ সমকোণ। অতএব, $OM \perp AB$(প্রমাণিত)	M, AB এর মধ্যবিন্দু] [উভয় একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [সাধারণ বাহু] [বাহু - বাহু - বাহু উপপাদ্য]

অনুশীলনী ১০.১

১। প্রমাণ কর যে, কোনো বৃত্তের দুইটি জ্যা পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করলে তাদের ছেদবিন্দু বৃত্তটির কেন্দ্র হবে।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি জ্যা পরস্পরকে O বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত করে। অর্থাৎ AO = BO এবং CO = DO। প্রমাণ করতে হবে যে, O বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র।

অঙ্কন : A, D এবং B, C যোগ করি।

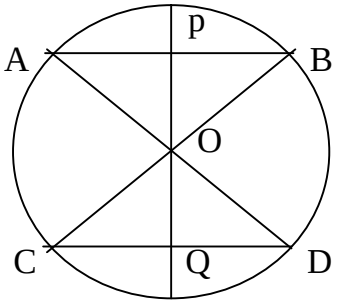
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔBOC- এ, CO = BO এবং ΔAOD- এ, DO = AO $\therefore$ AO = BO = CO = DO অর্থাৎ O বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধিস্থ A, B, C, D বিন্দুর দূরত্ব সমান। তাই বলা যায় O বিন্দু থেকে বৃত্তের পরিধিস্থ যেকোনো বিন্দুর দূরত্ব সমান $\therefore$ O বিন্দুই বৃত্তের কেন্দ্র। **(প্রমাণিত)**	[AB ও CD রেখা O বিন্দুতে সমদ্বিখন্ডিত হয়েছে।]

tanbircox.blogspot.com

২। প্রমাণ কর যে, দুইটি সমান্তরাল জ্যা- এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক সরলরেখা কেন্দ্রগামী এবং জ্যাদ্বয়ের উপর লম্ব।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তের AB ও CD দুইটি সমান্তরাল জ্যা। AB ও CD এর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে P ও Q। প্রমাণ করতে হবে যে, P, Q এর সংযোজক সরলরেখা O বিন্দুগামী। অর্থাৎ P, O, Q একই সরলরেখয় অবস্থিত প্রমাণ করাই যথেষ্ট হবে।

অঙ্কন : P, Q যোগ করি।

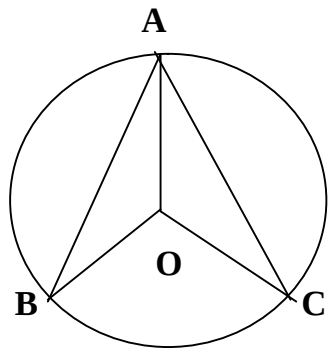
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOP ও ΔBOP এর মধ্যে $AO = BO$ $BP = AP$ এবং OP সাধারণ বাহু $\therefore \Delta AOP \cong \Delta BOP$	 [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [P, AB এর মধ্যবিন্দু] [বাহু- বাহু- বাহু উপপাদ্য]
(২) $\angle APO = \angle BPO = 1$ সমকোণ $\therefore OP \perp AB$ অনুরূপে $\angle CQO = \angle DQO = 1$ সমকোণ $\therefore OQ \perp CD$	[রৈখিক যুগল কোণ বলে] [রৈখিক যুগল কোণ বলে]
(৩) আবার, $OP = OQ$ $\therefore AO = BO = CO = DO$ অর্থাৎ P, Q, O বিন্দুগামী **(প্রমাণিত)**	

tanbircox.blogspot.com

৩। কোনো বৃত্তের AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ কর যে, AB = AC.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ও AC জ্যা দুইটি A বিন্দুগামী ব্যাসার্ধের সাথে সমান কোণ উৎপন্ন করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AB = AC

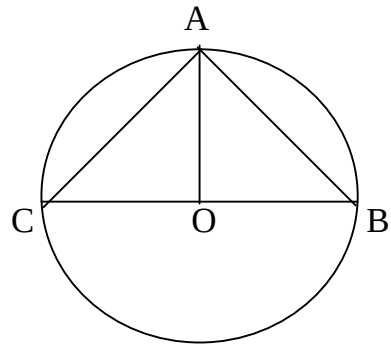
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOB ও ΔAOC এর মধ্যে $BO = CO$ $\angle BAO = \angle CAO$ এবং $OA = OA$ $\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$ $\therefore AB = AC$ **(প্রমাণিত)**	 [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [কল্পনা] [সাধারণ বাহু] [বাহু - বাহু- বাহু উপপাদ্য]

tanbircox.blogspot.com

৪। চিত্রে, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC.
প্রমাণ কর যে, $\angle BAO = \angle CAO$

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : O বৃত্তের কেন্দ্র এবং জ্যা AB = জ্যা AC প্রমাণ করতে হবে যে, $\angle BAO = \angle CAO$

অঙ্কন : O,B এবং O,C যোগ করি।

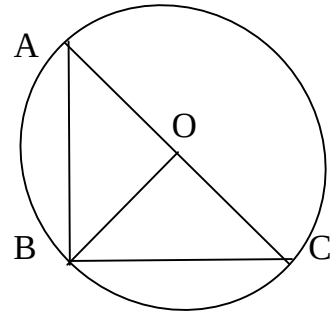
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOB ও ΔAOC এর মধ্যে AB = AC OB = OC এবং OA = OA $\therefore \Delta AOB \cong \Delta AOC$ $\therefore \angle BAO = \angle CAO$ **(প্রমাণিত)**	 [কল্পনা] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে] [সাধারণ বাহু] [বাহু- বাহু- বাহু উপপাদ্য]

tanbircox.blogspot.com

৫। কোনো বৃত্ত একটি সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু দিয়ে যায়। দেখাও যে, বৃত্তটির কেন্দ্র অতিভুজের মধ্যবিন্দু।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, বৃত্তটি ABC সমকোণী ত্রিভুজের শীর্ষবিন্দু A দিয়ে যায়। AB এর মধ্যবিন্দু O বৃত্তটির কেন্দ্র অর্থাৎ $BO = \frac{১}{২}AC$

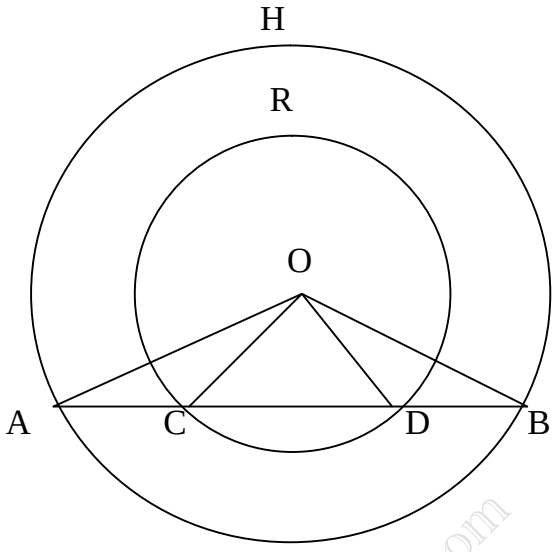
অঙ্কন : O, B যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AC বৃত্তের ব্যাস এবং $\angle ABC$ = এক সমকোণ। সুতারাং A, B, C শীর্ষবিন্দু তিনটি বৃত্তস্থ হবে। অর্থাৎ A, B, C বৃত্তের পরিধির উপর তিনটি বিন্দু। O বৃত্তের কেন্দ্র হওয়ায় BO = CO = AO	[অর্ধবৃত্তস্থ কোণ এক- সমকোণ] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে]
(২) এখন, AO + CO = AC বা, BO + BO = AC বা, 2BO = AC $\therefore BO = \frac{১}{২}AC$ **(প্রমাণিত)**	[(১) থেকে]

৬। দুইটি সমকেন্দ্রিক বৃত্তের একটির AB জ্যা অপর বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ কর যে, AC = BD.

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট দুইটি বৃত্ত ABH ও CDR। ABH বৃত্তের একটি জ্যা AB, CDR বৃত্তকে C ও D বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, AC = BD

অঙ্কন : A, O; C, O; D, O ও B, O যোগ করি।

প্রমাণ :

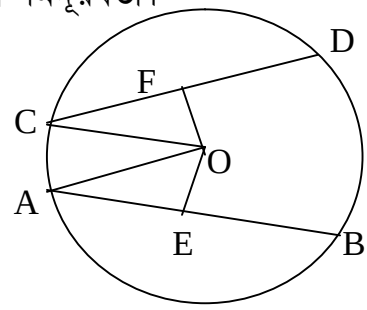
ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔAOC ও ΔBOD-এ AO = BO, CO = DO এবং $\angle OAC = \angle OBD$ $\therefore \Delta AOC \cong \Delta BOD$ $\therefore$ AC = BD **(প্রমাণিত)**	 [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ বলে] [বাহু- কোণ- বাহু উপপাদ্য]

tanbircot.blogspot.com

10.2 বৃত্ত

উপপাদ্য ২। বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী।

মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, O থেকে AB এবং CD জ্যাদ্বয় সমদূরবর্তী।



অঙ্কন : O থেকে AB এবং CD জ্যা- এর উপর যথাক্রমে OE এবং OF লম্ব রেখাংশ আঁকি। O, A এবং O,C যোগ করি।

প্রমাণ :

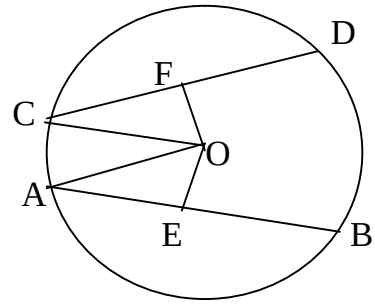
ধাপ	যথার্থতা
(১) $OE \perp AB$ ও $OF \perp CD$ সুতারাং, $AE = BE$ এবং $CF = DF$ $AE = \frac{১}{২}AB$ এবং $CF = \frac{১}{২}CD$	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা- এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) কিন্তু $AB = CD$ $\therefore AE = CF$	[কল্পনা]
(৩) এখন ΔOAE এবং ΔOCF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে। অতিভুজে OA = অতিভুজ OC এবং $AE = CF$ $\therefore \Delta OAE \cong \Delta OCF$ $\therefore OE = OF$	[উভয় একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [ধাপ ২] [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ- বাহু সর্মসমতা উপপাদ্য]
(৪) কিন্তু OE এবং OF কেন্দ্র O থেকে যথাক্রমে AB জ্যা এবং CD জ্যা- এর দূরত্ব। সুতারাং, AB এবং CD জ্যাদ্বয় বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী। **(প্রমাণিত)**	

tanbircox.blogspot.com

উপপাদ্য ৩। বৃত্তের কেন্দ্র থেকে সমদূরবর্তী সকল জ্যা পরস্পর সমান।

সমাধান :

মনে করি, O বৃত্তের কেন্দ্র এবং AB ও CD দুইটি জ্যা। O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে ও OE ও OF লম্ব। তাহলে OE ও OF কেন্দ্র থেকে যথাক্রমে AB ও CD জ্যা- এর দূরত্ব নির্দেশ করে। OE = OF হলে প্রমাণ করতে হবে যে, AB = CD.



অঙ্কন : O, A এবং O,C যোগ করি।

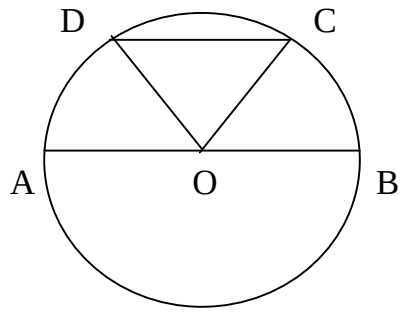
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু OE ⊥ AB ও OF ⊥ CD সুতারাং, ∠OEA = ∠OFC = এক সমকোণ	[সমকোণ]
(২) এখন, ΔOAE এবং ΔOCF সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে অতিভুজ OA = অতিভুজ OC এবং OE = OF ∴ ΔOAE ≅ ΔOCF ∴ AE = CF	[উভয় একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ] [কল্পনা] [সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজ- বাহু সর্মসমতা উপপাদ্য]
(৩) $AE = \frac{১}{২}AB$ এবং $CF = \frac{১}{২}CD$।	[কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা- এর উপর অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
(৪) সুতারাং $\frac{১}{২}AB = \frac{১}{২}CD$ অর্থাৎ AB = CD	

উদাহরণ ৪। প্রমাণ কর যে, বৃত্তের ব্যাসই বৃহত্তম জ্যা।

সমাধান :

মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট ABCD একটি বৃত্ত। AB ব্যাস এবং CD ব্যাস ভিন্ন যেকোনো একটি জ্যা। প্রমাণ করতে হবে যে, AB CD > CD



অঙ্কন : O, C এবং O, D যোগ করি।

প্রমাণ :

OA = OB = OC = OD [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

এখন ΔOCD এ

OC + CD > CD

বা, OA + OB > CD

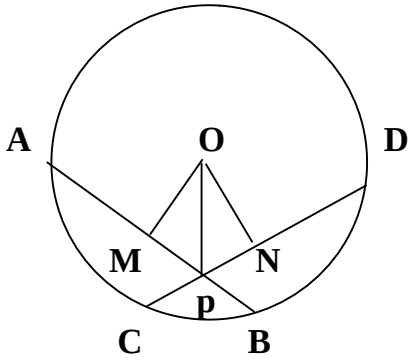
অর্থাৎ AB > CD

tanbircox.blogspot.com

অনুশীলনী ১০.২

১। বৃত্তের দুইটি সমান জ্যা পরস্পরকে ছেদ করলে দেখাও যে, এদের একটি অংশদ্বয় অপরটির অংশদ্বয়ের সমান।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে দুইটি সমান জ্যা AB ও CD পরস্পর P বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, PA = PD এবং PB = PC

অঙ্কন : কেন্দ্র O থেকে AB ও CD এর উপর যথাক্রমে OM এবং ON লম্ব অঙ্কন করি। O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

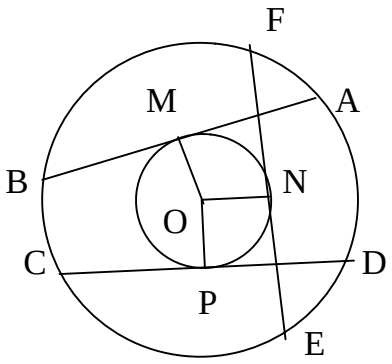
ধাপ	যথার্থতা
(১) Δ MOP ও Δ NOP সমকোণী ত্রিভুজ দুইটির মধ্যে OM = ON OP = OP Δ MOP $\cong$ Δ NOP $\therefore$ PM = PN	[সমান সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী] [সাধারণ বাহু] [অতিভুজ- বাহু উপপাদ্য]
(২) এখন, OM, AB এর উপর লম্ব হওয়ায়, $AM = \frac{১}{২} AB$ এবং ON, CD এর উপর লম্ব হওয়ায়, $DN = \frac{১}{২} CD$	[কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে] [কেন্দ্র হতে অঙ্কিত লম্ব জ্যাকে সমদ্বিখন্ডিত করে]
(৩) যেহেতু AB = CD $\therefore$ AM = DN $\therefore$ PM + AM = PN+DN সুতারাং PA = PD	[কল্পনা] [ধাপ- ২ হতে]
(৪) আবার, AB = CD বা, AB – PA = CD – PD $\therefore$ PB = PC অতএব, PA = PD এবং PB = PC **(প্রমাণিত)**	[ধাপ- ৩ হতে]
সুতারাং $\angle OMA = \angle OMB = 1$ সমকোণ। অতএব, OM $\perp$ AB **(প্রমাণিত)**	

tanbircox.blogspot.com

২। প্রমাণ কর যে, বৃত্তের সমান জ্যা- এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : প্রমাণ করতে হবে যে, বৃত্তের সমান জ্যা এর মধ্যবিন্দুগুলো সমবৃত্ত।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ABCD বৃত্তের কেন্দ্র O। AB, CD ও EF তিনটি পরস্পর সমান জ্যা। M, N এবং P যথাক্রমে AB, EF ও CD এর মধ্যবিন্দু। প্রমাণ করতে হবে যে, M, N এবং P সমবৃত্ত।

অঙ্কন : O, M; O, N এবং O, P যোগ করি।

প্রমাণ :

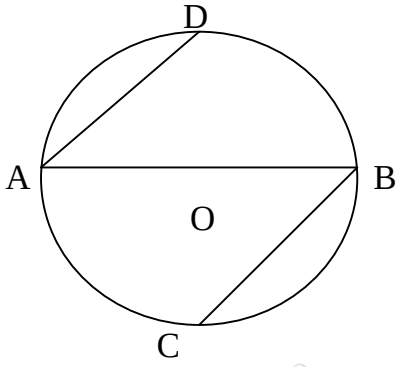
ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু M, AB এর মধ্যবিন্দু এবং OM কেন্দ্রগামী রেখাংশ। ∴ OM, AB এর উপর লম্ব। OP, CD এর উপর লম্ব এবং ON, EF এর উপর লম্ব। সেহেতু OM = OP = ON (২) সুতারাং O কে কেন্দ্র করে OM বা OP বা ON এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে বৃত্ত অঙ্কন করলে M, N ও P বিন্দু দিয়ে যাবে। অতএব, M, N ও P সমবৃত্ত। **(প্রমাণিত)**	[বৃত্তের কেন্দ্র ও ব্যাস ভিন্ন যেকোনো জ্যা- এর মধ্যবিন্দুর সংযোজক রেখাংশ ঐ জ্যা- এর উপর লম্ব] [উপপাদ্য - ২] [বৃত্তের সকল সমান জ্যা কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী]

tanbircox.blogspot.com

৩। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে এরা সমান্তরাল হয়।

সমাধান :

সাধারণ নির্বচন : দেখতে হবে যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে তার বিপরীত দিকে দুইটি সমান জ্যা অঙ্কন করলে তারা সমান্তরাল হয়।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তের AB ব্যাস। AB ব্যাসের A প্রান্ত থেকে AD জ্যা এবং B প্রান্ত থেকে BC জ্যা অঙ্কন করা হয়েছে। প্রমাণ করতে হবে যে, AD ।। BC

প্রমাণ :

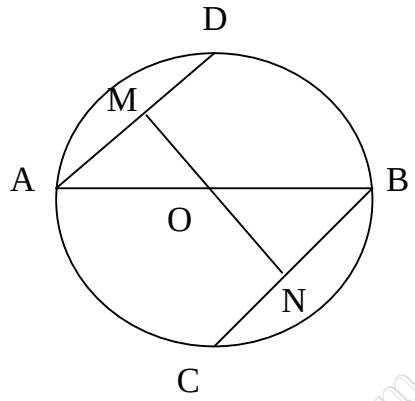
ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু AD = BC এবং AB তাদের ছেদক ∴ ∠ BAD =∠ABC	[কল্পনা] [একান্তর কোণ বলে]
(২) ছেদকের উভয় পাশের একান্তর কোণগুলো সমান হলে রেখাদ্বয় সমান্তরাল। ∴ AD ।। BC **(প্রমাণিত)**	

tanbircox.blogspot.com

৪। দেখাও যে, ব্যাসের দুই প্রান্ত থেকে এর বিপরীত দিকে দুইটি সমান্তরাল জ্যা আঁকলে এরা সমান হয়।

সমাধান :

বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্রবিশিষ্ট বৃত্তে AB ব্যাস। AB এর A প্রান্ত থেকে AD জ্যা আঁকা হল এবং B প্রান্ত থেকে BC জ্যা আঁকা হল এবং AD|| BC। প্রমাণ করতে হবে যে, AD = BC



অঙ্কন : কেন্দ্র O থেকে AD ও BC এর উপর যথাক্রমে OM ও ON লম্ব আঁকি।

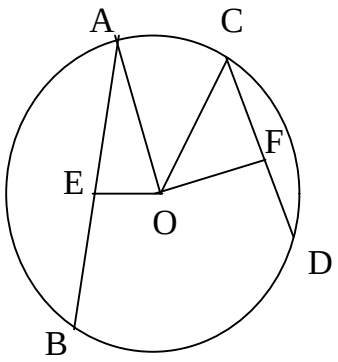
প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) সমকোণী ΔAOM ও ΔBON এ, AO = BO এবং AM = BN $\therefore \Delta AOM \cong \Delta BON$ $\therefore$ OM = ON	[কল্পনা] [অতিভুজ- বাহু উপপাদ্য]
(২) সুতারাং AD = BC **(প্রমাণিত)**	[বৃত্তের কেন্দ্র হতে সমদূরবর্তী সকল জ্যা সমান]

tanbircox.blogspot.com

৫। দেখাও যে, বৃত্তের দুইটি জ্যা- এর মধ্যে বৃহত্তম জ্যা- টি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর।

সমাধান :



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, O কেন্দ্র বিশিষ্ট বৃত্তে AB ও CD দুইটি জ্যা এবং AB > CD। AB ও CD এর উপরে লম্বদ্বয় যথাক্রমে OE ও OF। দেখাতে হবে যে, OE < OF

অঙ্কন : O, A ও O, C যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) যেহেতু $OE \perp AB$ এবং $OF \perp CD$ $AE = \frac{১}{২} AB$, $CF = \frac{১}{২} CD$ বৃত্তের	[বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাস ভিন্ন জ্যা এর উপর অঙ্কিত জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) কিন্তু AB > CD $\therefore$ AE > CF	
(৩) এখন, ΔOAE ও ΔOCF এর মধ্যে $OA^2 = AE^2 + OE^2$ এবং $OC^2 = CF^2 + OF^2$ কিন্তু OA = OC $\therefore \; OA^2 = OC^2$ $\therefore \; AE^2 + OE^2 = CF^2 + OF^2$	[অতিভুজ উপর অঙ্কিত বর্গ অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গের সমষ্টির সমান] [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]
(৪) এখন, AE > CF হওয়ায় $AE^2 > CF^2$ $\therefore \; OE^2 < OF^2$ বা, $OE < OF$ অর্থাৎ বৃহত্তর জ্যাটি ক্ষুদ্রতর জ্যা অপেক্ষা কেন্দ্রের নিকটতর। **(দেখানো হলো)**	[ধাপ (৩) হতে]

tanbircox.blogspot.com

Tanbir Ahmad Razib

Mobile: 01738 -359 555 *(Viber,Whatsapp & imo Available)*
Skype: tanbir.cox
E-Mail: tanbir.cox@gmail.com
Id: *www.facebook.com/tanbir.cox*
Page: *www.facebook.com/tanbir.ebooks*
Groups: *www.facebook.com/groups/tanbir.ebooks*
Web: www.tanbircox.blogspot.com
Live book: www.slideshare.net/tanbircox

T@NBIR

The Ultimate eBooks, Software, Windows and Tutorial Collection

Simply the Easiest Way to Learn

আমার আট বছরে সংগ্রহ করা বাংলা ই-বুক বা পিডিএফ বই, সফটওয়্যার ও টিউটোরিয়াল কালেকশন..! আমার এই বিশাল কালেকশনের আপনাদের জন্য খুব ইম্পরট্যান্ট কিছু সংগ্রহ ক্যাটাগরি আকারে সাজিয়ে আপনাদের জন্য উপস্থাপন করলাম ... আপনাদের জন্য করা আমার কালেকশনের ক্ষেত্রে একটাই কথা বলতে পারি ... আপনি এখানে ডিলিট করার মত কোন ফাইল খুজে পাবেন না ...অর্থাৎ প্রত্যেকটি ফাইলই আপনার প্রয়োজন হবে ...এবং প্রত্যেকটা ফাইল সংগ্রহে রাখতে বাধ্য হবেন কারন প্রত্যেকটি ফাইল আপনার কাজে লাগবে...আপনার কম্পিউটার ও তথ্যপ্রযুক্তি নির্ভর জীবনের সব চাহিদা পূর্ণ করবে এই ফাইলগুলো।

এত সময় ব্যয় করে করা এই বিশাল সংগ্রহ দিয়ে আমি কি করব? আমি মরে গেলেই সব শেষ আমার কাছের কিছু মানুষ তা পাবে...! তাই চিন্তা করলাম এই সংগ্রহ গুলো সাধারন মানুষের কাছে শেয়ার করে দিতে হবে ...।এই জন্য অপেক্ষাকৃত ছোট সাইজের ফাইল গুলো আপলোড করে আমার পেইজে , গ্রুপে ও ওয়েবসাইটে শেয়ার করে দিচ্ছি। কিন্তু বড় সাইজের ইম্পরট্যান্ট ফাইল গুলো কি করব? আমি কষ্ট করে আপলোড করে দিলেও বাংলাদেশের ধীর গতির ইন্টারনেট সার্ভিসের জন্য সবার পক্ষে এই ফাইল গুলো ডাউনলোড করা প্রায় অসম্ভব ...!! তাই বাংলাদেশের সব একালার মানুষের কথা চিন্তা করে এই সংগ্রহ গুলো ক্যাটাগরি আকারে ডিভিডি (DVD) করে সবার মাঝে ছড়িয়ে দেওয়ার চিন্তা করলাম ...এতে করে সবার কষ্ট ,সময় ও মেগাবাইট বাঁচবে ...এবং গোছানো আকারে পাবে ...।সবচেয়ে বড় কথা হলো এই গুলো আপনাদের অনেক উপকারেও আসবে ...একটা কথা মনে রাখবেন

"আমার করা বাংলা ই-বুক গুলো বাদে অন্য সব ফাইল হতো আপনি নেটে খোঁজা খুজি করে পাবেন, কিন্তু আপনাকেও আমার মত সময় ও নেট এমবি নষ্ট করতে হবে কিন্তু আপনাদের সেই সময় ও সুযোগ নাও থাকতে পারে "

আপনারা সামান্য একটু সময় ব্যয় করে ,শুধু এক বার নিচের লিংকে ক্লিক করে এই DVD গুলোর মধ্যে অবস্থিত বই ও সফটওয়্যার এর নাম সমূহের উপর চোখ বুলিয়ে নিন।"তাহলেই বুঝে যবেন কেন এই DVD গুলো আপনার কালেকশনে রাখা দরকার!আপনার আজকের এই ব্যয়কৃত সামান্য সময় ভবিষ্যতে আপনার অনেক কষ্ট লাঘব করবে ও আপনার অনেকে সময় বাঁচিয়ে দিবে। বিশ্বাস করুন আর নাই করুনঃ- *"বিভিন্ন ক্যাটাগরির এই DVD গুলোর মধ্যে দেওয়া বাংলা ও ইংলিশ বই , সফটওয়্যার ও টিউটোরিয়াল এর কালেকশন দেখে আপনি হতবাক হয়ে যাবেন !"*আপনি যদি বর্তমানে কম্পিউটার ব্যবহার করেন ও ভবিষ্যতেও কম্পিউটার সাথে যুক্ত থাকবেন তাহলে এই ডিভিডি গুলো আপনার অবশ্যই আপনার কালেকশনে রাখা দরকার.....

মোট কথা আপনাদের কম্পিউটারের বিভিন্ন সমস্যার চিরস্থায়ী সমাধান ও কম্পিউটারের জন্য প্রয়োজনীয় সব বই, সফটওয়্যার ও টিউটোরিয়াল এর সার্বিক সাপোর্ট দিতে আমার খুব কার্যকর একটা উদ্যোগ হচ্ছে এই ডিভিডি প্যাকেজ গুলো ...

কম্পিউটার ও মোবাইল এইডেড লার্নিং ডিভিডি কার্যক্রম এর মাধ্যমে সফটওয়্যার, টিটোরিয়াল ও এইচডি পিকচার নির্ভর ই-বুকের সহযোগিতায় পাঠ্য বিষয়কে সহজ এবং পাঠদান প্রক্রিয়াকে অংশগ্রহণমূলক ও আনন্দদায়ক করা। কিছু বিষয়ের পাঠ্যপুস্তকের বেশ কিছু অধ্যায়/পাঠ শিক্ষার্থীর বুঝার জন্য বেশ কঠিন। এমনকি এ ধরণের বিষয়ে শিক্ষার্থীদের ধারণা স্পষ্ট করতে শিক্ষকদেরও শত চেষ্টাসত্তেও সম্ভব হয় না। এমন পরিস্থিতিতে

শিক্ষাদান প্রক্রিয়ায় শিক্ষকদের এবং শিক্ষার্থীদের সহায়তা করতে আমি কম্পিউটার ও মোবাইলকে কে শিক্ষার সাথে সম্পৃক্ত করে ২০১১ সাল থেকে এই ডিভিডি কার্যক্রম শুরু করি। এই ডিভিডি এর শিক্ষাসফটওয়ার ও ই-বুক গুলো শিক্ষকদের পাঠদান সক্ষমতা বৃদ্ধি এবং শিক্ষার্থীদের শিক্ষালাভ অধিকতর আনন্দদায়ক হিসাবে গড়ে তোলাই আমার একমাত্র উদ্দেশ্য।

এই ডিভিডি ফাইল গুলো শ্রেণিকক্ষে পাঠদান ও স্ব-শিক্ষণ উভয় ক্ষেত্রেই ব্যবহার উপযোগী ও কার্যকর। এই বই ও সফটওয়ার সমূহ শিক্ষার্থীদের জন্য জটিল বিষয়কে সহজে বোধগম্য করতে সহায়তা করে।এবং পড়ালেখায় অধিকতর আনন্দদায়ক মনযোগ-আকর্ষক করে ।

আমার আসল উদ্দেশ্য হল সকল স্টুডেন্ট ও টিচারকে কম্পিউটার ও মোবাইল প্রযুক্তির সম্পৃক্তকরণ এবং গ্রামের শিক্ষার্থী ও শিক্ষকদের প্রযুক্তিবান্ধব করা এবং একটা বিষয় ক্লিয়ার করে বুঝিয়ে দেওয়া যে প্রযুক্তি শিক্ষাকে আনন্দদায়ক করে এবং জ্ঞান অর্জনের প্রতি আকর্ষণ বৃদ্ধি করে

নিচের লিংকে DVD গুলো সম্পর্কে বিস্তারিত তথ্য দেওয়া আছেঃ *www.fb.com/tanbir.cox/notes*

অথবা, এখানে ক্লিক করুন অথবা, এখানে ক্লিক করুন অথবা, এখানে ক্লিক করুন

সুন্দর ভাবে বুঝার জন্য নিচের যে একটি লিঙ্ক থেকে ই-বুক্তি ডাউনলোড করে নিন...

অনলাইনে পড়তে বা লাইভ প্রিভিউ দেখতেঃ এখানে ক্লিক করুন

ডাউনলোড লিংকঃ এখানে ক্লিক করুন , অথবা এখানে ক্লিক করুন , অথবা এখানে ক্লিক করুন

এই ডিভিডি গুলো সম্পর্কে কোন কিছু বুঝতে সমস্যা হলে অথবা আরো বিস্তারিত তথ্য জানার জন্য আমার সাথে ...

ফেসবুকঃ *www.facebook.com/tanbir.cox* ই-মেইলঃ tanbir.cox@gamil.com

মোবাইলঃ +88 01738359555 এর মাধ্যমে যোগাযোগ করতে পারেন ...

এখানে শুধু ডিভিডি গুলোর নাম দেওয়া হল বিস্তারিত তথ্যের জন্য লিংকে ক্লিক করুন

E-Educational Disc A-Z Educational eBooks & Software (প্রয়োজনীয় শিক্ষামূলক বাংলা বই ও সফটওয়ার)

বিস্তারিত তথ্যের জন্যঃ এখানে ক্লিক করুন অথবা এখানে ক্লিক করুন

E-Edu 01 BCS & Bank (বিসিএস, ব্যাংক ও স্পোকেন ইংলিশ এর সব বাংলা বই)

E-Edu 02 Educational Soft (প্রয়োজনীয় শিক্ষামূলক সফটওয়ার)

E-Edu 03 Advanced Dictionary (ছবি ও উচ্চারন সহ ডিকশনারি)

E-Edu 04 Spoken Software (ইংলিশ স্পোকেন শেখার জন্য অসাধারন সফটওয়্যার)

E-Edu 05 Rosetta Stone-Learn to Speak English (খুব সহজে ইংলিশ শিখার জন্য)

E-Edu 06 Educational Soft v2 (শিখামূলক সফটওয়্যার)

E-Educational Disc Spoken English & English Grammar Tutorial with Bangla(এইচডি এনিমেশন নির্ভর বাংলা টিটোরিয়াল) বিস্তারিত তথ্যের জন্যঃ এখানে ক্লিক করুন অথবা এখানে ক্লিক করুন

E-Edu 07 Learn to Speak English with Bangla(বাংলা অডিও ও ভিডিও টিটোরিয়াল)

E-Edu 08 Spoken English Video (এক্সকলুসিভ স্পোকেন ইংলিশ টিটোরিয়াল)

E-Edu 09 English Grammar Video (সহজে ইংলিশ গ্রামার শিখার টিটোরিয়াল)

E-Edu 10 English Today 26 DVD (এইচডি এনিমেশন নির্ভর টিউটোরিয়াল)

E-Edu 14 eBooks with Audio (অডিও নির্ভর বই)

E-Edu 22 Excercises & Fitness (ব্যায়াম এর বই ও টিটোরিয়াল

E-education Disc 3D Visual eBooks with full HD Picture (স্টুডেন্টদের জন্য মাল্টিমিডিয়া নির্ভর এইচডি পিকচার বই ও সফটওয়্যার) বিস্তারিত:- এখানে ক্লিক করুন অথবা এখানে ক্লিক করুন

এই ৩ডি বইগুলো পড়া লাগবে না জাস্ট চোখ বুলালেই অনেক কিছু শিখতে পারবে...এই বই ও সফটওয়্যার গুলো কেমন তা জানতে বেশি কিছু করা লাগবে না জাস্ট ফাইলের নাম কপি করে গুগলে পিকচার সার্চ দিন সব উত্তর পেয়ে যাবেন ... অথবা google গিয়ে DK Publication লিখে Image সার্চ দিন ... আপনার ছেলেদের মোবাইলে ,ট্যাবে বা ল্যাপটপে এই বই গুলো ওপেন করে দিয়ে তাকে ছবি দেখতে বলুন তাতেই সে অনেক কিছু শিখতে পারবে ... আর সফটওয়্যার গুলো তো গেইমের মত করে পড়ালেখা করাবে ...

এই বইগুলো পড়ার জন্য আপনাকে ভালো ইংলিশ জানা লাগবে না ... কারণ এই বই গুলোতে সবকিছু 3D কালার ছবি ও ইনডিকেটর দিয়ে বুঝিয়ে দেওয়া হয়েছে এই গুলোকে বলা হয় ভিজুয়াল ই-বুক, উন্নত দেশ গুলতে বাচ্চাদের এই বইগুলো পড়ানো হয় যাতে যে কোন বিষয় সম্পর্কে খুভ ভালো ভাবে জানতে পারে ...আর শিক্ষকদের তো এই বইগুলো সবচেয়ে বেশি প্রয়োজন কারণ ক্লাস প্রেজেন্টেশনের সব ছবি এখান থেকে সংগ্রহ করতে পারবেন ...

E-Edu 11 Cheldrian & student (স্টুডেন্টদের জন্য মাল্টিমিডিয়া নির্ভর বই ও সফটওয়্যার)

E-Edu 12 3D Visual eBooks with full HD Picture (এইচডি ছবি নির্ভর বই)

E-Edu 13 important e-Books (গুরুত্বপূর্ণ শিক্ষামূলক বাংলা বই)

E-Edu 20 Britannica v15 ultimate (ব্রিটানিকা বিশ্বকোষ সফটওয়্যার)

E-Edu 21 Microsoft Encarta 9 (এনকার্টা বিশ্বকোষ সফটওয়্যার)

বাংলাদেশের বিখ্যত লেখকদের জনপ্রিয় বাংলা গল্প ও উপন্যাস সমগ্র [৩০০০+ বাংলা ই-বুক কালেকশন] +বাংলা অনুবাদকৃত বই +সব সমগ্র কালেকশন বিস্তারিতঃ এখানে ক্লিক করুন অথবা এখানে ক্লিক করুন

E-Edu 15 Best Bangla eBooks (পৃথিবীর বিখ্যাত সব বাংলা বই ও সমগ্র কালেকশন)

E-Edu 16 Islamic ebooks & soft (ইসলামিক সফটওয়্যার ও ই-বুক)

E-Edu 17 Bangla 2000+ eBooks v 1 (২০০০+ বাংলা উপন্যাস)

E-Edu 18 Bangla Thriller & Comic eBooks (বাংলা রহস্য উপন্যাস সিরিজ)

Genuine -Windows Xp Sp3 & Windows 7, 8.1, 10 Pro & Ultimate 64 &32 bit ও Driver Pack Solution 16 এর DVD+৩০০ টি বাংলা বই

(প্যাচ ও এক্টিভেটর বিহীন কোর উইন্ডোজ , জেনুয়িন এর মত সিকুরিটি সার্ভিস পাবেন + এর সাথে উইন্ডোজ এর জন্য খুব গুরুত্বপূর্ণ সব সফটওয়্যার আলাদা ফোল্ডার আকারে ডিভিডি তে দেওয়া আছে)

বিস্তারিত তথ্যের জন্যঃ এখানে ক্লিক করুন অথবা এখানে ক্লিক করুন

OS 01 (Windows XP sp3 Genuine) (এক্সপি সার্ভিস প্যাক ৩)

OS 02 (Windows 7 Ultimate 32 & 64 bit Genuine) উইন্ডোজ ৭ ৩২ ও ৬৪ একসাথে

OS 03 (Windows 8.1 Pro) (উইন্ডোজ ৮.১ প্রো কোর এডিশন)

OS 04 (Windows 10 Home, Enterprise & Pro-Core 32 & 64 bit)

OS 05 (All windows Driver Pack Solution v15.4)সব পিসি এর সব ড্রাইবার প্যাক

OS 06 (All Live OS - Xp, Zorin 9, Ubuntu 14.4 & Linux) লাইব ওএস

OS 07 (Zorin Live 9 Ultimate 64) লাইব এক্সকলুসিভ অপারেটিং সিস্টেম

100% Computer Security & Speed up [আপনার কম্পিউটারকে রাখুন ১০০% ভাইরাস মুক্ত ও বৃদ্ধি করুন আপনার কম্পিউটারের গতি]বিস্তারিত: এখানে ক্লিক করুন অথবা এখানে ক্লিক করুন

Office & Documents Software Collection DVD [আপনার আফিসিয়াল যাবতীয় কাজের জন্য দরকারি সব সফটওয়্যার] বিস্তারিত তথ্যের জন্যঃ এখানে ক্লিক করুন অথবা এখানে ক্লিক করুন

Design , Graphics & Photo Editing DVD[[হয়ে যান সেরা ডিজাইনার]প্রয়োজনীয় ফুল ভার্সন সফটওয়্যার , ভিড়িও টিউটোরিয়াল ও বাংলা] বিস্তারিতঃ-এখানে ক্লিক করুন অথবা এখানে ক্লিক করুন

Internet & Web programming DVD[প্রয়োজনীয় ফুল ভার্সন সফটওয়্যার , ভিড়িও টিউটোরিয়াল ও বাংলা বই] বিস্তারিতঃ-এখানে ক্লিক করুন অথবা এখানে ক্লিক করুন

Mobile Utility soft & Application DVD [মোবাইল জন্য (1000+) বাংলা শিক্ষণীয় অ্যাপ্লিকেশান ও ৩০০+ মোবাইল ভার্সন বাংলা বই] বিস্তারিতঃ-এখানে ক্লিক করুন অথবা এখানে ক্লিক করুন

Multimedia & Windows Style[কম্পিউটার এর জন্য দরকারি সব মাল্টিমিডিয়া সফটওয়্যার ও উইন্ডোজ কে সুন্দর দেখানোর জন্য সব সফটওয়্যার] বিস্তারিতঃ-এখানে ক্লিক করুন অথবা এখানে ক্লিক করুন

A-Z Bangla & English Complete Video Tutorial (200 জিবি সম্পূর্ণ টিটোরিয়াল, ৫০০০ ভিডিও ক্যাটাগরি আকারে সাজানো) বিস্তারিতঃ-এখানে ক্লিক করুন অথবা এখানে ক্লিক করুন

Educational Bangla & English Video Tutorial Folders: 149; Files: 3168; Size: 54 GB

Graphics Bangla & English Tutorial Size: 22.67 GB , 214 folders

MS Office Bangla & English Tutorial Size: 13.14 GB , 266 folders

Autocad & 3D Max bangla & English Tutorial Size: 17.40 GB , 129 folders

Computer Hardware Bangla & english Tutorial Size: 2.78 GB ,12 folders

Networking & CCNA Bangla & English Tutorial Size: 2.18 GB ,15 folders

Online Income & SEO Size: 8.07 GB ,Contents: 308 files, 53 folders

Programming Bangla & english Tutorial Size: 23 GB , 1,105 folders

Web Programming Bangla & English Tutorial Size: 42.18 GB , 1,792 folders

Web Programming Bangla Tutorial Size: 8.74 GB PHP A-Z Bangla Tuotorial Size: 7.04 GB WordPress Complete Bangla Tuotorial Size: 1.15 GB A-Z PHP English Essential Training Size: 6.24 GB A-Z Wordpress English Essential Training Size: 4.28 GB Complete Web Developer Course Size: 7 GB Web Programming English Tutorial Advance Size: 6.78 GB